

Ventilateurs. Compresseurs

Notions fondamentales. Dimensionnement

par **Jean-Marie MÉRIGOUX**

Ancien Ingénieur en Chef à la Direction Technique de l'Établissement Rateau de la société Alstom

1. Notions fondamentales	BM 4 500 - 4
1.1 Classification	— 4
1.2 Constitution des machines à fluide compressible	— 4
1.3 Particularités des fluides compressibles	— 5
1.4 Triangle des vitesses	— 6
1.5 Évolution des pressions dans un étage de compression	— 6
1.6 Théorème d'Euler. Puissance absorbée	— 6
1.7 Puissance nécessaire à la compression	— 7
1.8 Rendements	— 8
1.9 Compresseurs refroidis ou non refroidis	— 9
1.10 Comparaison entre machines centrifuges et axiales	— 10
2. Courbes caractéristiques. Réglage et adaptation	— 10
2.1 Cas des ventilateurs	— 10
2.2 Cas des soufflantes et compresseurs	— 14
3. Éléments de dimensionnement	— 19
3.1 Généralités	— 19
3.2 Aérodynamique des machines centrifuges	— 19
3.3 Aérodynamique des machines axiales	— 23
3.4 Exemple général	— 28
3.5 Résistance des rotors : pales et disques	— 29
3.6 Vibrations des pales. Équilibrage. Vitesses critiques	— 32
Pour en savoir plus	Doc. BM 4 502

Les ventilateurs, soufflantes et compresseurs, destinés à véhiculer des fluides compressibles, ont pour objet de transférer de l'énergie mécanique aux fluides qui les traversent, en vue d'en accroître la pression.

L'ingénieur qui pénètre dans le domaine des machines tournantes productrices ou consommatrices d'énergie est tout d'abord frappé par la grande analogie qui existe entre les formes géométriques de matériels aussi divers que :

- les pompes véhiculant des fluides incompressibles ;
- les ventilateurs, soufflantes et compresseurs à fluide compressible ;
- les turbines et moteurs hydrauliques produisant de l'énergie à partir de fluides incompressibles ;
- les turbines et moteurs à fluide compressible.

Dans ces diverses catégories, on peut déjà distinguer deux grandes familles :

- les machines volumétriques ;*
- les machines rotodynamiques.*

Historiquement, les machines volumétriques ont été les premières à voir le jour. Le génie des mécaniciens a fait le succès de ce type de matériel. Mais la limitation en débit de cette conception de machine et, surtout, les progrès de la Mécanique des Fluides ont conduit à une autre façon d'échanger mécaniquement de l'énergie avec un fluide.

On a bien du mal à trouver un terme générique pour cet autre type de machine et on rencontre dans la littérature les expressions : machines centrifuges, turbomachines, ou encore machines rotodynamiques.

*Au cours des années, le terme « **machines centrifuges** » est devenu impropre. Historiquement, il correspond au fait que les premières machines, autres que volumétriques, construites aux environs de 1900, étaient centrifuges ; non pas que ce type de compresseur, inventé par le professeur Rateau, l'ait été tellement plus tôt que le compresseur axial étudié en Grande-Bretagne par Parsons entre 1901 et 1906, mais parce que la machine centrifuge a atteint bien plus rapidement sa maturité technique.*

*Le terme « **turbomachine** » est le plus employé ; celui de « **machine rotodynamique** » est le plus explicite : il signifie que, par l'utilisation d'un système de pales entraînées en rotation autour d'un axe, on transforme l'énergie mécanique en quantité de mouvement sur le fluide. Ensuite, par des dispositifs appropriés inclus dans la machine, on récupère sous forme de pression l'énergie contenue sous forme de vitesse.*

Cet article est l'actualisation du précédent texte *Ventilateurs. Soufflantes. Compresseurs* rédigé par MM. **Jean FRIBERG** et **Jean-Marie MÉRIGOUX**.

Notations et symboles		
Symbole	Unité	Désignation
C	degré	cambrure
C_p	sans dimension	coefficient de récupération statique du diffuseur
C_z	sans dimension	coefficient de portance d'une pale
D	m	diamètre de conduite
D^*	sans dimension	facteur de diffusion
G	sans dimension	facteur de glissement
H	J/kg	enthalpie massique
Ma	sans dimension	nombre de Mach
N	tr/min	vitesse de rotation
P	W	puissance
R	m	rayon de la roue
Re	sans dimension	nombre de Reynolds
T	K	température
V_0	sans dimension	invariant de vitesse
V_1	sans dimension	variable réduite de vitesse
W	J	travail
c	m/s	célérité du son
c_p	J/(kg · K)	capacité thermique massique à pression constante
c_v	J/(kg · K)	capacité thermique massique à volume constant
g	m/s ²	accélération due à la pesanteur ($g = 9,81 \text{ m/s}^2$)
h	m	hauteur de fluide
k, k_i, k_p, k'_p	sans dimension	coefficients
ℓ	m	corde de la pale
p	Pa	pression

Principaux indices utilisés :

e entrée	ad adiabatique	n nominal	1 entrée dans la roue
s sortie	c corrigé	p périphérique	2 sortie de la roue
		t total	3 sortie du diffuseur
			4 sortie de la volute

Notations et symboles		
Symbole	Unité	Désignation
q_v	m ³ /s	débit-volume
q_m	kg/s	débit-masse
s	m ²	section
t	m	pas entre deux pales
u	m/s	vitesse périphérique
v	m/s	vitesse absolue
w	m/s	vitesse relative
z	sans dimension	nombre de pales
$\beta_{(1 \text{ ou } 2)}$	degré	angle entre le vecteur vitesse et le front de grille (en bord d'attaque ou en bord de fuite)
$\beta^+_{(1 \text{ ou } 2)}$	degré	angle entre la tangente au squelette et le front de grille (en bord d'attaque ou en bord de fuite)
γ	sans dimension	rapport entre les capacités thermiques massiques ($\gamma = c_p/c_v$)
δ, Δ_0	sans dimension	invariant de débit
Δ_1	sans dimension	variable réduite de débit
δ^*	sans dimension	écart flux/profil
ε	degré	angle de divergence pour les diffuseurs plats
η	sans dimension	rendement
μ	sans dimension	invariant de pression
μ_ℓ	Pa · s	viscosité dynamique
ν	m ² /s	viscosité cinématique
τ	sans dimension	taux de compression
ρ	kg/m ³	masse volumique du gaz
σ	Pa	contrainte normale
φ	degré	angle de calage des pales
ω	rad/s	vitesse angulaire

Principaux indices utilisés :

e entrée	ad adiabatique	n nominal	1 entrée dans la roue
s sortie	c corrigé	p périphérique	2 sortie de la roue
		t total	3 sortie du diffuseur
			4 sortie de la volute

1. Notions fondamentales

1.1 Classification

Dans le domaine des turbomachines de compression, on peut trouver les deux modes de classement suivants.

■ **Suivant l'utilisation**, on a :

- les **ventilateurs** : faible taux de compression (inférieur à 1,20 en air) et faible vitesse du fluide dans la traversée de la machine ;
- les **soufflantes** : caractérisées par l'apparition marquée de la compressibilité avec des taux de compression plus élevés (entre 1,20 et 2) et des vitesses plus grandes ;
- les **compresseurs** : taux de compression élevé (supérieur à 2) pouvant nécessiter l'utilisation de plusieurs étages de compression montés en série.

■ **Suivant la forme géométrique** (avec deux formes principales), on a :

- les **machines centrifuges** dans lesquelles le fluide entre axialement dans la roue puis se répartit tout autour de cet axe dans une direction sensiblement perpendiculaire à celui-ci avant de sortir circulairement en périphérie (figure 1a) ;
- les **machines axiales** dans lesquelles l'écoulement reste sensiblement équidistant de l'axe dans toute la traversée de la roue mobile (figure 1c).

Il y a une évolution constante de la forme entre ces deux familles, le stade intermédiaire étant appelé **hélicocentrifuge** (figure 1b).

Les machines centrifuges se prêtent mieux à des taux de compression élevés ; les machines axiales sont capables de débits plus grands.

1.2 Constitution des machines à fluide compressible

Une machine à fluide compressible, quelle que soit sa forme géométrique, est constituée des éléments principaux suivants (figures 2 et 3).

■ La **directrice d'entrée à plusieurs pales** a pour objet de guider l'écoulement dans la direction la plus favorable pour son admission dans la roue mobile (selon les auteurs, elle peut être appelée indifféremment *directrice*, *distributeur* ou *ventelles*). Son rôle est principalement :

- d'adapter la caractéristique du compresseur, à régime donné, à des variations de la caractéristique du circuit ;
- d'uniformiser azimuthalement l'écoulement amont ;
- de dévier l'écoulement, à la périphérie de la section d'entrée de la roue, dans le sens de rotation de cette roue, afin de limiter à ce niveau la vitesse du fluide (plus précisément son nombre de Mach).

Si aucune de ces conditions n'est nécessaire pour le cas d'utilisation considéré, ce dispositif peut ne pas exister (exemple : ventilateurs d'automobile).

■ La **roue mobile**, qu'elle soit de type centrifuge, hélicocentrifuge ou axial, est un dispositif constitué de pales régulièrement réparties autour de son axe de rotation. Ces pales transmettent au fluide l'énergie mécanique apportée à la machine par un moteur. À l'intérieur de cet organe, une partie de l'énergie introduite est transformée en pression, l'autre partie reste sous forme de vitesse (ou pression dynamique).

■ Le **diffuseur** a pour rôle de transformer, par réduction de la vitesse du fluide, la pression dynamique en pression statique.

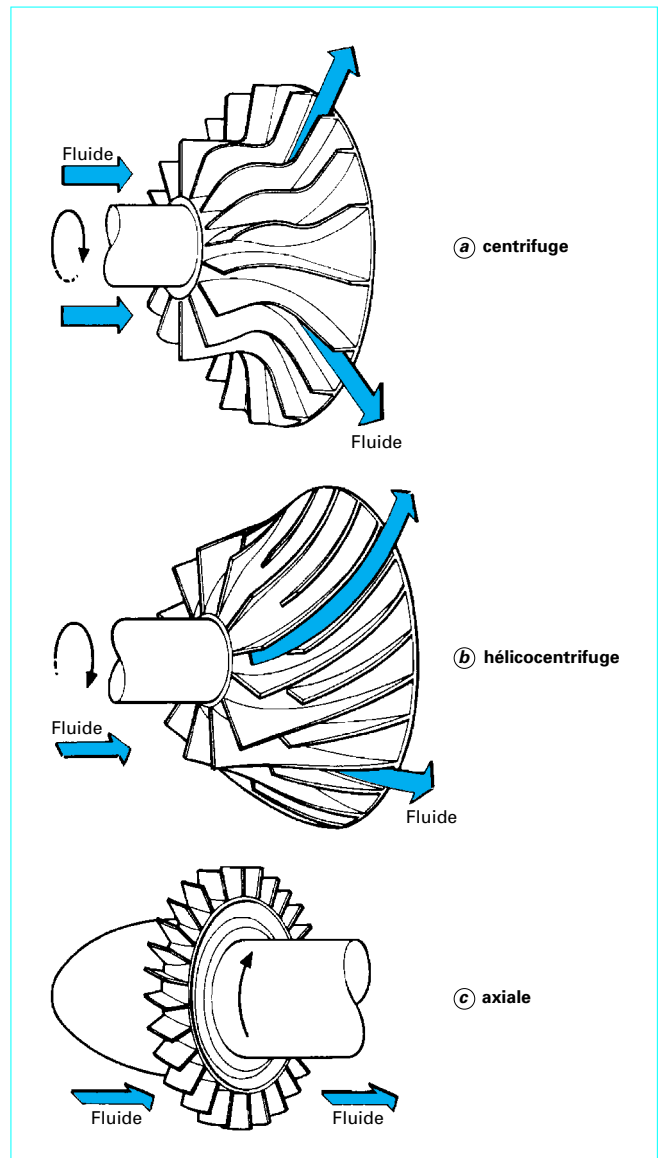


Figure 1 - Roue mobile de machines centrifuge, hélicocentrifuge et axiale

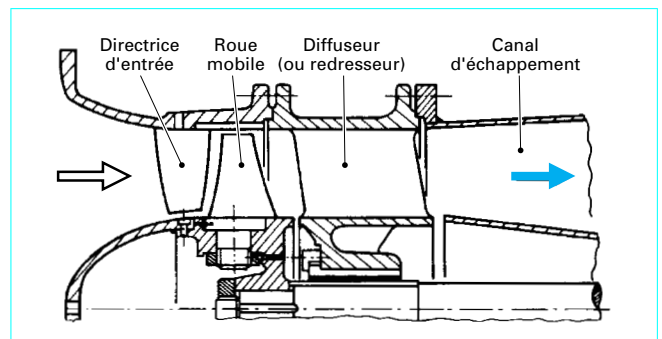


Figure 2 - Coupe d'une machine axiale à un étage

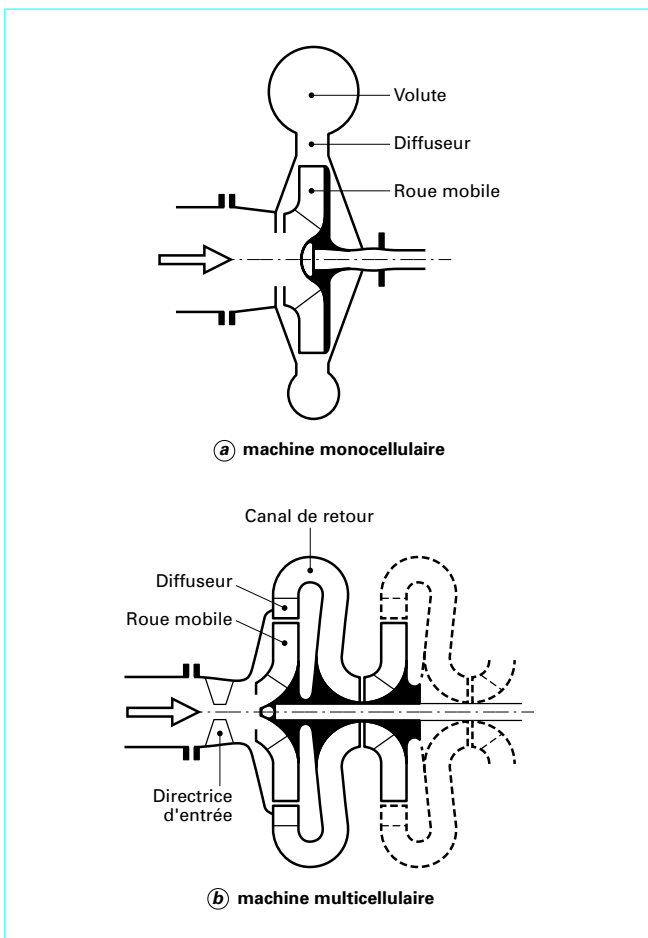


Figure 3 - Coupes schématiques de machines centrifuges

L'importance de cet organe est d'autant plus grande que l'énergie introduite au niveau de la roue, et donc la vitesse à la sortie de cette roue (ou plus précisément le nombre de Mach), est plus élevée.

À la limite, lorsque cette vitesse est faible (taux de compression petit), le diffuseur peut ne pas exister. Lorsqu'il existe, il peut être lisse ou à canaux. La section en est divergente de l'amont vers l'aval. L'encombrement d'un diffuseur lisse est plus important que celui d'un diffuseur à canaux (encore appelé diffuseur aileté), mais sa construction est plus simple (§ 3.2.3). Les canaux sont constitués par une série d'ailettes également réparties autour de l'axe de la machine. Ces ailettes peuvent être orientables et jouer le même rôle que la directrice d'entrée pour ajuster la caractéristique de la machine à celle du réseau sur lequel elle fonctionne.

L'ensemble de ces trois organes forme ce que l'on appelle un **étage de compression**.

Plusieurs étages peuvent être mis en série sur un même arbre moteur. On dit qu'il s'agit d'une **machine multicellulaire** avec :

- un premier étage (ou étage de tête) ;
- des étages courants ;
- un étage final.

Entre chaque étage, il convient alors de disposer, à la suite du diffuseur de l'étage qui précède, un organe permettant de réorienter correctement le fluide vers l'entrée de l'étage qui suit :

— dans une machine centrifuge, cet organe prend généralement le nom de **canal de retour** (figure 3) ;

— dans une machine axiale, c'est généralement le diffuseur qui, en plus de son rôle de récupération de pression, assure l'orientation du fluide vers l'étage suivant : il porte alors le nom de **redresseur**.

Dans une machine multicellulaire, si l'on rétablit à la sortie de l'étage la même distribution de vitesse qu'à l'entrée de ce même étage, on dit que l'étage est *périodique*.

Le diffuseur de l'étage final est suivi d'un dispositif de section divergente se raccordant sur le **canal d'échappement** (ou sur le **réseau**) (figure 2), qui porte le nom de :

- **bulbe** ou **volute**, pour une machine centrifuge ;
- **canal** ou **culotte d'échappement**, pour une machine axiale.

1.3 Particularités des fluides compressibles

Les ventilateurs, soufflantes et compresseurs sont des turbomachines à fluide compressible ; par ce fait, leur conception et, notamment, celle des machines multicellulaires, diffèrent de celle des pompes véhiculant des fluides incompressibles.

Avec ces dernières, on peut considérer que le débit-volume se conserve dans la traversée de la turbomachine (cf. [4]).

Pour les fluides compressibles, par contre, seul le débit-masse se conserve. Il a pour expression :

$$q_m = \rho sv$$

avec	v	vitesse du fluide perpendiculaire à la section s considérée (le produit sv étant le débit-volume),
	ρ	masse volumique du fluide ($\rho = p/rT$ pour les gaz parfaits),
	p	pression,
	T	température thermodynamique,
	r	= R/M (R constante universelle, M masse molaire du gaz).

q_m étant constant, le débit-volume sv varie de façon inversement proportionnelle à ρ , ρ variant avec p et T .

De plus, les conditions de vitesse v influent sur la masse volumique, la pression et la température du gaz.

Les règles de ces variations sont données en fonction :

- du rapport des capacités thermiques massiques du gaz :

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v}$$

- du nombre de Mach : $Ma = \frac{v}{c}$

avec c célérité du son telle que $c = \sqrt{\gamma r T}$,

par les **équations de Saint-Venant** suivantes :

$$\frac{p}{p_t} = \frac{1}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}$$

$$\frac{T}{T_t} = \frac{1}{1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma^2}$$

et donc :

$$\frac{\rho}{\rho_t} = \frac{1}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma^2\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}}$$

l'indice t correspondant à des grandeurs à vitesse nulle (grandeurs totales).

Enfin, si l'on considère le gaz comme parfait, il existe une relation entre le taux de compression ρ_{ts}/ρ_{te} et l'élévation de température ($T_{ts} - T_{te}$) dans le compresseur pour une transformation sans pertes, à savoir :

$$\left(\frac{T_{ts}}{T_{te}}\right)_{\text{isentropique}} = \left(\frac{\rho_{ts}}{\rho_{te}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

On peut constater le rôle primordial de γ et du nombre de Mach Ma dans les évolutions d'un fluide compressible.

1.4 Triangle des vitesses

■ À l'entrée du compresseur (indice ①, figure 4a et b), on peut définir :

— la vitesse absolue v_1 telle que :

$$v_1 = \frac{q_v}{s} = \frac{q_m}{\rho_1 s_1}$$

— la vitesse d'entraînement u_1 telle que :

$$u_1 = R_1 \omega$$

— le triangle se ferme alors par la vitesse relative w_1 qui est la vitesse que verrait un observateur placé sur la roue avec, de façon générale :

$$\vec{v}_1 = \vec{u}_1 + \vec{w}_1$$

Pour le **compresseur centrifuge** (figure 4a) :

$$s_1 = 2\pi R_1 \ell_1$$

La vitesse v_1 est radiale.

Pour le **compresseur axial** (figure 4b) :

$$s_1 = \pi(R_p^2 - R_1^2)$$

La vitesse v_1 est axiale.

■ À la sortie de la roue (indice ②, figure 4a et b), on a également :

— la vitesse absolue v_2 se décomposant en vitesse débitante v_{2m} (projection de v_2 sur le rayon) et en vitesse tangentielle v_{2u} (projection de v_2 sur la tangente à la roue) ;

— la vitesse d'entraînement u_2 telle que :

$$u_2 = R_2 \omega ;$$

— la vitesse relative w_2 avec : $\vec{v}_2 = \vec{u}_2 + \vec{w}_2$.

Dans le cas du **compresseur axial**, si on prend le triangle des vitesses à la périphérie (coupe de tête), au rayon R_p , on constate que $R_1 = R_2$ et donc que $u_1 = u_2$.

1.5 Évolution des pressions dans un étage de compression

L'évolution des pressions dans un étage de compression a l'allure des courbes représentées sur la figure 5.

En effet, le fluide amont, aspiré dans une enceinte ou circulant à faible vitesse (pour limiter les pertes de charge) dans une tuyauterie d'amenée, est accéléré dans un convergent ; une partie de sa pression est transformée en pression dynamique ; la pression statique baisse. L'énergie introduite au niveau de la roue mobile est transformée en partie en pression statique p , en partie en pression dynamique, la somme des deux étant représentée par la pression totale p_t . Le diffuseur, en ralentissant l'écoulement, récupère de la pression statique ; cette récupération se fait avec des pertes ; la pression totale, de ce fait, baisse.

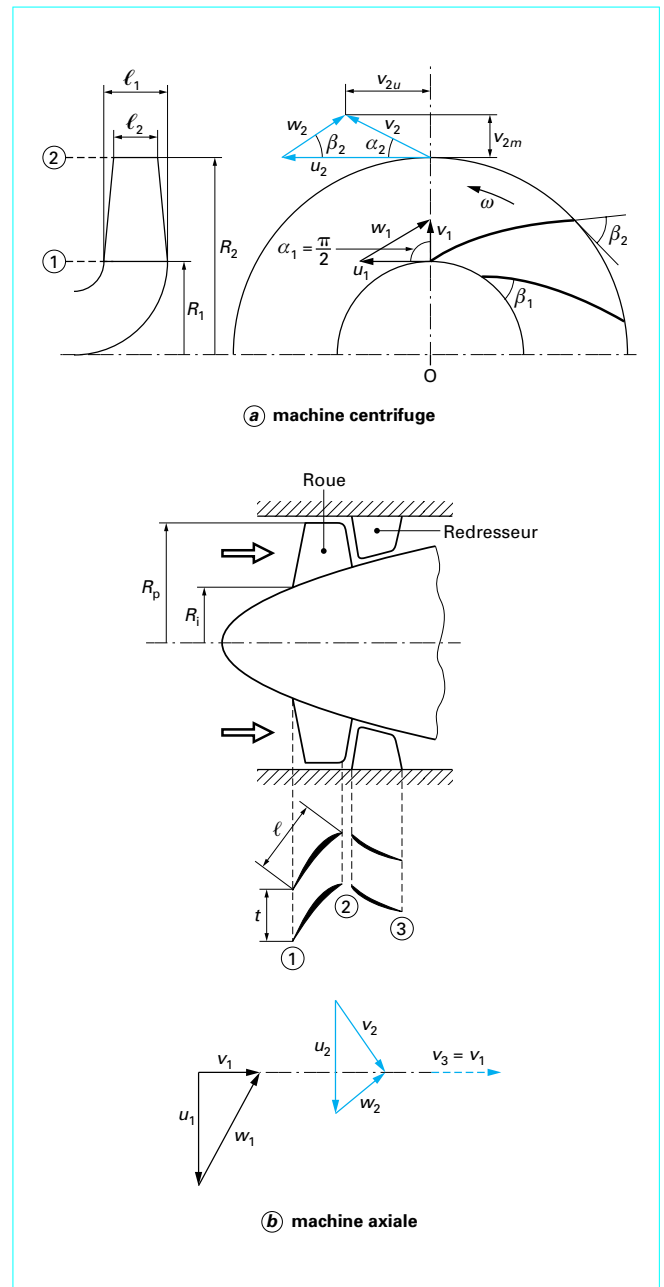


Figure 4 - Triangle des vitesses : définitions

1.6 Théorème d'Euler. Puissance absorbée

Le **théorème d'Euler** [4] permet d'écrire que le couple appliqué à un corps en rotation est égal à la dérivée du moment des quantités de mouvement, c'est-à-dire que :

$$C = \frac{d}{dt} \sum m \vec{v} \wedge \vec{OM} \text{ (figure 6)}$$

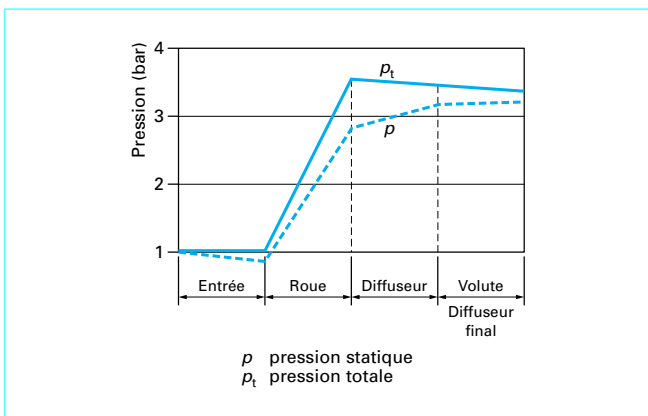


Figure 5 – Évolution des pressions dans un étage de compression

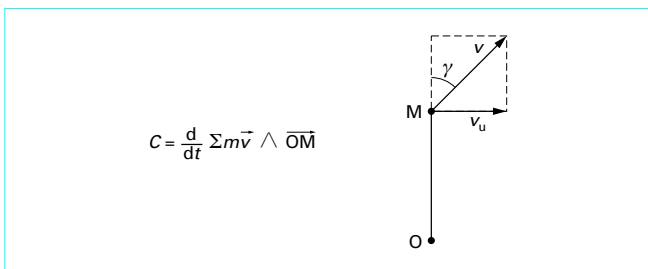


Figure 6 – Théorème d'Euler

Les quantités de mouvement situées à l'intérieur de la roue sont constantes et seules sont à prendre en compte celles qui entrent et qui sortent, soit :

$$C = \frac{d}{dt} \sum m (v_2 R_2 \sin \gamma_2 - v_1 R_1 \sin \gamma_1)$$

ou encore :

$$C = q_m (v_{2u} R_2 - v_{1u} R_1)$$

La **puissance absorbée** par la roue est égale à :

$$P = C\omega = q_m (v_{2u} \omega R_2 - v_{1u} \omega R_1)$$

soit :

$$P = q_m (u_2 v_{2u} - u_1 v_{1u})$$

ce qui donne une variation d'enthalpie totale de :

$$\Delta H_t = \frac{P}{q_m} = u_2 v_{2u} - u_1 v_{1u}$$

Par la simple application mathématique des relations dans les triangles, le théorème d'Euler peut s'écrire de la façon suivante :

$$2\Delta H_t = (u_2^2 - u_1^2) + (v_2^2 - v_1^2) + (w_1^2 - w_2^2)$$

Si nous nous reportons aux triangles de vitesse de la figure 4, nous pourrions nous rendre compte à la fois des raisons pour lesquelles les compresseurs centrifuges permettent d'obtenir des taux de compression plus élevés que les compresseurs axiaux, ainsi que de l'importance, pour l'un et l'autre type de compresseur, du rôle du diffuseur (figures 2 et 3). Le gros avantage des compresseurs centrifuges pour permettre des ΔH_t (et donc des taux de compression) élevés est la grandeur du terme $(u_2^2 - u_1^2)$ due à la différence importante entre le rayon d'entrée R_1 et le rayon de sortie R_2 de la roue mobile, contrairement au compresseur axial pour lequel ce terme est faible ou nul, ou même parfois négatif.

Par ailleurs, en admettant que la vitesse absolue v_3 à la sortie de l'étage (ou tout au moins sa composante axiale) est peu différente de la vitesse absolue v_1 à l'entrée, ce qui est très proche de la réalité, on note l'importance du terme $(v_2^2 - v_1^2)$ qui peut donc être assimilé au ralentissement de la vitesse absolue dans le diffuseur ; ainsi cet élément se trouve constituer généralement la partie la plus délicate d'un étage de compression, celle qui donne lieu aux pertes les plus élevées.

1.7 Puissance nécessaire à la compression

Dans la pratique courante, on rencontre deux types principaux de machines :

- les machines opérant à température sensiblement constante et qu'on appelle **isothermes** ;
- les machines opérant sans échange de chaleur avec l'extérieur et qu'on appelle **adiabatiques**.

Dans les deux cas, on peut avoir à faire :

- à un compresseur idéal sans pertes (rendement égal à 1) ;
- à un compresseur réel, comportant des pertes.

■ Machines idéales (sans irréversibilités internes)

Selon les principes de la thermodynamique donnés dans l'article [5].

● Pour la **transformation isotherme parfaite**, le travail sur l'arbre est donné par :

$$\partial W_t = \frac{\partial p_t}{\rho_t}$$

soit, avec $\rho_t = p_t / rT$:

$$\partial W_t = rT \frac{dp_t}{p_t}$$

et donc :

$$W_t = rT \ln \frac{p_{ts}}{p_{te}}$$

et :

$$P = q_m r T_{te} \ln \tau$$

● Pour la **transformation adiabatique parfaite**, le travail sur l'arbre est donné par :

$$\partial W_t = dH_t = c_p dT_t = c_p (T_{ts} - T_{te})$$

En appliquant la loi de transformation isentropique d'un gaz parfait :

$$\frac{p_{ts}}{p_{te}} = \left(\frac{T_{ts}}{T_{te}} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \tau$$

on obtient :

$$W_t = c_p T_{te} \left(\tau^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right)$$

et :

$$P = q_m c_p T_{te} \left(\tau^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right)$$

Exemple : calcul de la puissance absorbée par un compresseur d'air véhiculant 1 kg/s avec un taux de compression de 2 et travaillant à 15 °C.

Dans le cas d'une **transformation isotherme** :

$$P = q_m r T_{te} \ln \tau = 57\,320 \text{ W}$$

Dans le cas d'une **transformation adiabatique** :

$$P = q_m c_p T_{te} \left(\tau^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right) = 63\,390 \text{ W}$$

Le gaz s'échauffe au cours de l'évolution, passant de $T_{te} = 288,15 \text{ K}$ à $T_{ts} = 288,15 \times (2^{0,2857}) = 351,25 \text{ K}$.

Remarques

● Dans le cas des **ventilateurs** qui chauffent très peu, il n'y a pas lieu de distinguer entre les ventilateurs adiabatiques et isothermes ; on a tout simplement :

$$\partial W_t = \frac{d\rho_t}{\rho} = \frac{\rho_{ts} - \rho_{te}}{\rho}$$

d'où :

$$P = \frac{q_m}{\rho} (\rho_{ts} - \rho_{te}) = q_v (\rho_{ts} - \rho_{te})$$

● Un **compresseur** peut être généralement considéré comme adiabatique car ses surfaces d'échange vis-à-vis de l'extérieur sont très faibles.

■ **Machines réelles**

● Pour les **machines isothermes**, la seule façon de connaître la puissance réelle est de la mesurer directement sur l'arbre.

● Pour les **machines adiabatiques**, on peut, comme dans le cas des machines isothermes, mesurer directement la puissance sur l'arbre, mais on peut également la connaître en mesurant les températures d'entrée et de sortie des gaz et en appliquant la relation :

$$P = q_m c_p (T_{ts} - T_{te})$$

qui découle directement de la relation $\partial W_t = dH_t$ valable quelle que soit la transformation adiabatique, réelle ou théorique.

1.8 Rendements

■ Pour une **machine isotherme**, le **rendement isotherme** η_{iso} est défini par le rapport de la puissance idéale sur la puissance réelle de l'arbre, soit :

$$\eta_{iso} = \frac{P_{idéale}}{P_{réelle}} = \frac{q_m r T_{te} \ln \tau}{P_{réelle}}$$

Exemple : soit un compresseur d'air véhiculant 1 kg/s avec un taux de compression de 2. La température à l'aspiration étant de 15 °C et la puissance mesurée sur l'arbre de 71 654 W, cette machine a un rendement de : $\frac{57\,320}{71\,654} = 0,80$.

■ Pour un **ventilateur**, le rendement est analogue :

$$\eta_{ven} = \frac{P_{idéale}}{P_{réelle}} = \frac{q_v (\rho_{ts} - \rho_{te})}{P_{réelle}}$$

Exemple : soit un ventilateur d'air véhiculant 1 kg/s à une température moyenne de 15 °C. Les pressions totales sont à l'entrée du ventilateur de 98 035 Pa et à la sortie de 107 929 Pa ; la puissance mesurée sur l'arbre est de 9 931 W.

Ainsi, pour une pression moyenne de 102 982 Pa et une masse volumique moyenne de 1,245 kg/m³, on obtient une puissance idéale de 7 945 W, d'où un rendement du ventilateur de 0,8.

■ Pour une **machine adiabatique**, on définit d'abord le **rendement adiabatique** par :

$$\eta_{ad} = \frac{P_{idéale}}{P_{réelle}} = \frac{q_m c_p T_{te} \left(\tau^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right)}{q_m c_p (T_{ts} - T_{te})}$$

soit :

$$\eta_{ad} = \frac{T_{te} \left(\tau^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right)}{(T_{ts} - T_{te})} = \frac{\Delta T_{is}}{\Delta T_{réel}}$$

Exemple : soit un compresseur d'air véhiculant 1 kg/s avec un taux de compression de 2 et dont les températures sont à l'entrée de 15 °C (288,15 K) et à la sortie de 93,87 °C (367,02 K).

L'échauffement réel est :

$$\Delta T_{réel} = 78,87 \text{ K}$$

L'échauffement isentropique est :

$$\Delta T_{is} = 63,10 \text{ K}$$

d'où un rendement adiabatique de 0,80.

Remarque : le rendement adiabatique est calculé à partir d'une transformation adiabatique (irréversible et sans échange de chaleur). Il est un autre rendement couramment utilisé par les constructeurs de compresseurs multiétages, calculé à partir d'une transformation polytropique qui est avant tout une transformation réversible (purement théorique). Ainsi pour chaque étage, comprimant peu, on aurait pour une transformation isentropique (réversible, sans échange de chaleur) :

$$\frac{dT}{T} = \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{dp}{p}$$

Comme cet étage a un rendement $\eta_{étage}$, il vient en fait :

$$\frac{dT}{T} = \frac{\gamma-1}{\gamma \eta_{étage}} \frac{dp}{p}$$

ou encore, si tous les étages ont le même rendement :

$$\ln \frac{T_{ts}}{T_{te}} = \frac{\gamma-1}{\gamma \eta_{étage}} \ln \frac{\rho_{ts}}{\rho_{te}}$$

soit enfin :

$$\eta_{étage} = \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{\ln \tau}{\ln T}$$

avec $T = T_{ts}/T_{te}$

C'est ce rendement d'étage qui, d'une façon plus générale, est appelé **rendement polytropique**.

Exemple : en reprenant le même compresseur que précédemment, on obtient un rendement polytropique de 0,8186.

Le rendement polytropique, qui est égal au rendement adiabatique pour les faibles taux de compression en raison de sa définition même ($\tau = 1,2$ par exemple), se trouve un peu plus élevé que le rendement adiabatique pour les taux de compression plus grands.

Le tableau 1 résume les différentes expressions des puissances et des rendements.

Tableau 1 – Puissances et rendements des machines à fluide compressible

Machines	Puissance pour une compression idéale	Puissance pour une compression réelle	Rendement
Compresseurs et soufflantes isothermes	$P = q_m r T_{te} \ln \tau$	$P_{réelle}$	$\eta_{iso} = \frac{q_m r T_{te} \ln \tau}{P_{réelle}}$
Ventilateurs	$P = q_v (\rho_{ts} - \rho_{te})$	$P_{réelle}$	$\eta_{ven} = \frac{q_m (\rho_{ts} - \rho_{te})}{\rho P_{réelle}}$
Compresseurs et soufflantes adiabatiques	$P = q_m c_p T_{te} \left[\tau^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]$	$P_{réelle} = q_m c_p (T_{ts} - T_{te})$	$\eta_{ad} = \frac{T_{te} \left(\tau^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right)}{T_{ts} - T_{te}}$ <hr/> $\eta_{pol} = \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{\ln \tau}{\ln T}$

1.9 Compresseurs refroidis ou non refroidis

1.9.1 Intérêt de la réfrigération

À rendement constant, au fur et à mesure que le taux de compression croît, on constate que l'énergie E_{pol} à fournir à la machine pour une compression polytropique telle que :

$$\frac{dT}{T} = \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{dp}{p}$$

s'éloigne de plus en plus de l'énergie E_{iso} à fournir pour une compression isotherme. Par suite de l'échauffement produit, la compression non refroidie est de plus en plus coûteuse en énergie.

Exemple : le tableau suivant donne, pour l'air, le rapport E_{pol}/E_{iso} en fonction du rapport de pression p_s/p_e :

p_s/p_e	2	3	4	8	12
E_{pol}/E_{iso}	1,13	1,22	1,29	1,48	1,61

Si la complication technologique rend la réfrigération peu compétitive au-dessous d'un taux de compression de 3, il y a un intérêt évident à utiliser cette méthode au-delà d'un taux de 4 (gain de 30 %).

1.9.2 Réfrigération externe ou interne

Il existe deux types principaux de compresseurs refroidis suivant que la réfrigération est externe ou interne.

■ **Compresseur à réfrigération externe :** la figure 7 représente schématiquement un tel dispositif. Le compresseur est divisé en un certain nombre de corps C_1, C_2, C_3 séparés par des réfrigérants intermédiaires R_1 et R_2 traversés par le gaz.

À rendement et taux de compression donnés, comme l'accroissement de température dans un corps dépend de la température d'entrée, on essaiera, par les réfrigérants, de rendre cette température minimale (T_0, T'_0).

■ **Compresseur à réfrigération interne :** très tôt, l'idée est venue d'utiliser pour la réfrigération du gaz les surfaces métalliques délimitant la veine et donc aérodynamiquement indispensables. Il suffit pour cela que les surfaces des parties fixes (qui peuvent être importantes dans les machines centrifuges) soient aménagées de manière

à pouvoir être parcourues par un fluide extérieur de réfrigération (BM 4 501, § 1.2.5)

On bénéficie ainsi (tout du moins en partie) des avantages de la compression isotherme.

1.9.3 Réfrigération par injection de liquide

Lorsqu'il s'agit de machines servant à comprimer la vapeur d'un liquide, on peut pulvériser ce même liquide entre deux cellules de compression et utiliser son enthalpie de vaporisation pour absorber une partie de l'énergie thermique contenue dans la vapeur et assurer ainsi une réfrigération de cette vapeur. La quantité de liquide devra être judicieusement choisie pour éviter une condensation, même partielle, de la vapeur.

Exemple : supposons qu'à la sortie d'une cellule de compresseur de vapeur d'eau débitant 20 t/h la température de la vapeur soit de 190 °C sous une pression absolue de 2 bar. Si l'on pulvérise à ce niveau 1 t/h d'eau, la vaporisation absorbera de l'ordre de 720 kW, ce qui réduira la température de la vapeur d'environ 70 °C, soit 190-70 = 120 °C. On est ainsi ramené au niveau de la température de saturation de la vapeur d'eau à la pression de 2 bar.

Il s'agit là d'un procédé tout à fait intéressant. Il faut cependant veiller à la qualité de la vaporisation afin de ne pas véhiculer, dans un étage de compression situé en aval, des gouttelettes liquides susceptibles d'influencer défavorablement le rendement et de créer des problèmes d'érosion.

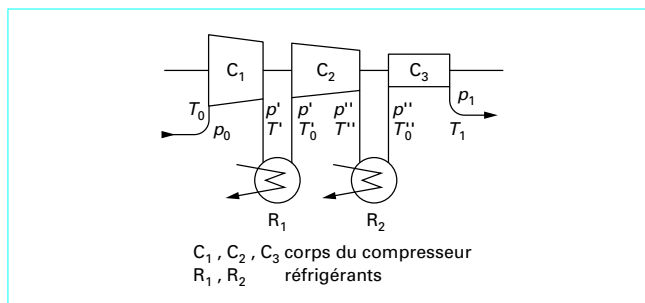


Figure 7 – Principe d'une machine à réfrigération externe

Si l'on veut éviter cela, il est possible d'utiliser de véritables réfrigérants externes par pulvérisation (figure 8) dans lesquels on peut introduire une quantité de liquide surabondante, le supplément étant repris par une pompe dans les purges de l'appareil ; en faisant suivre ce dispositif d'un séparateur, on évite le risque d'entraînement des gouttelettes.

Notons que l'on peut aussi injecter un liquide de nature différente du gaz véhiculé ; il est souvent nécessaire de le récupérer ultérieurement.

1.10 Comparaison entre machines centrifuges et axiales

Ce qui précède est applicable en grande partie aussi bien aux machines centrifuges qu'axiales. Néanmoins, il existe des domaines privilégiés d'application pour chacun de ces types.

La **machine centrifuge**, dont l'encombrement diamétral limite l'emploi à des **débits relativement faibles**, a l'avantage de donner de **forts taux de compression**. Sur des machines conventionnelles, on obtient des taux de 2 à 2,5 par étage en air. On peut même aller jusqu'à 4 sans que l'écoulement ne soit supersonique.

Utilisée initialement comme ventilateur, puis dans les turbocompresseurs, la machine centrifuge avait un rendement de 0,75. Au cours des années 1950, les Anglais puis les Américains l'adoptèrent pour leurs premiers réacteurs d'aviation et des rendements de 0,8 ont été atteints. Ces valeurs, inférieures à celles des machines axiales subsoniques, étaient considérées comme liées à la morphologie de la roue mobile qui, dans sa partie radiale, donne lieu à des écoulements très hétérogènes.

Mis à part des applications particulières pour des compresseurs à gaz lourd, il a fallu attendre 1970 pour assister à un nouveau départ des recherches sur ce type de matériel. Aussi a-t-on abouti aujourd'hui à des compresseurs *supersoniques* ayant, par étage, un taux de compression voisin de 7, avec un rendement de l'ordre de 0,80.

La **machine axiale**, utilisée pour véhiculer des **débits élevés**, se caractérise par un **faible taux de compression** par étage. Lorsque la vitesse du fluide reste partout inférieure à celle du son, ce taux est inférieur à 1,25, mais avec des rendements élevés de l'ordre de 0,9.

L'évolution des performances demandées aux réacteurs d'avions commerciaux a conduit à exiger davantage pour réduire le nombre d'étages : un turboréacteur comme le *CFM 56* SNECMA/General Electric atteint à son maximum de puissance un rapport de compression de 29 (avec 12 étages).

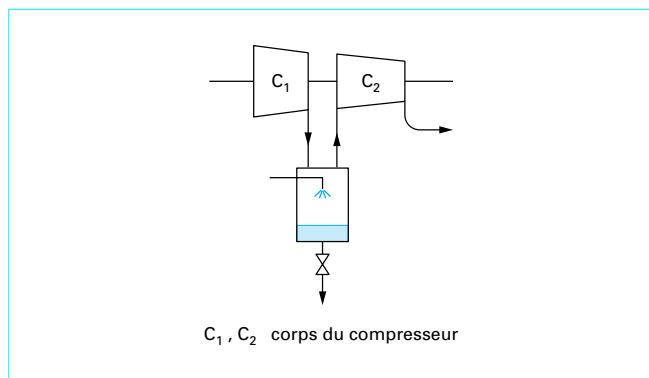


Figure 8 – Utilisation de réfrigérants externes par pulvérisation dans le principe de la réfrigération par injection de liquide

On arrive alors aux compresseurs transsoniques ayant entre 1,4 et 1,5 de taux de compression par étage avec une zone périphérique dans laquelle l'écoulement du fluide est supersonique. On peut aussi aller plus loin dans le domaine des compresseurs axiaux supersoniques et atteindre un taux de compression par étage voisin de 2 avec un rendement supérieur à 0,80.

Si l'on veut retenir des chiffres simples de comparaison entre machines centrifuges et axiales, on peut dire qu'à encombrement diamétral égal :

- le débit d'un compresseur axial peut atteindre jusqu'à 6 fois celui d'un compresseur centrifuge ;
- le taux de compression d'un seul étage de compresseur centrifuge peut aller jusqu'à atteindre celui d'un compresseur axial à 6 étages.

2. Courbes caractéristiques. Réglage et adaptation

2.1 Cas des ventilateurs

2.1.1 Courbes caractéristiques. Invariants

Une notion particulièrement utile pour l'utilisateur est la **différence des pressions totales** entre l'entrée e et la sortie s du ventilateur :

$$\Delta p = p_{ts} - p_{te}$$

On peut aussi l'exprimer sous la forme d'une hauteur *h* de gaz véhiculé ou de colonne d'eau. On a alors la relation :

$$\Delta p = \rho gh$$

avec *g* accélération due à la pesanteur, et comme il s'agit d'un ventilateur, on peut confondre ρ_e et ρ_s soit $\rho = \rho_e = \rho_s$.

Dans le cas d'une colonne d'eau, 1 mm CE est équivalent à 9,81 Pa.

L'autre donnée intéressante est le **débit-volume** q_v du ventilateur.

À partir de ces éléments : différence des pressions (ou hauteur) et débit-volume, on peut caractériser les performances d'un ventilateur. L'habitude est de faire figurer en abscisse le débit-volume et en ordonnée l'accroissement de pression (exemple donné à la figure 9a et b).

Mais on peut être amené à utiliser un ventilateur de caractéristiques connues avec un autre gaz ou à une autre vitesse de rotation. Ou bien, à partir d'un ventilateur de base, on peut envisager par homothétie de créer une famille de ventilateurs. Il est alors intéressant de pouvoir déduire des performances connues du ventilateur initial celles prévisibles pour ces différents cas d'application. Il existe pour cela des **coefficients sans dimension dits invariants de Rateau** :

- l'invariant de pression μ tel que :

$$\mu = \frac{p_{ts} - p_{te}}{\rho u^2} \quad \text{ou} \quad \mu = \frac{gh}{u^2} ;$$

- l'invariant de débit δ tel que :

$$\delta = \frac{q_v}{u R_2^2}$$

- avec R_2 rayon extérieur de la roue,
- u vitesse périphérique de la roue.

Le troisième coefficient sans dimension est naturellement le rendement η (§ 1.8) avec :

$$\eta = \frac{P_{\text{idéale}}}{P_{\text{réelle}}} = \frac{q_v(\rho_{\text{ts}} - \rho_{\text{te}})}{P_{\text{réelle arbre}}}$$

On peut évidemment toujours écrire $q_v = q_m/\rho$.

Le processus d'utilisation des invariants est le suivant :

— on dispose de la caractéristique constructeur d'un ventilateur (pression en mm de colonne d'eau (CE), débit en m³/h et puissance en ch) ;

— on transforme ces unités en un système cohérent d'unités (pression en Pa, débit en m³/s et puissance en W) en utilisant le système légal ;

— on détermine la courbe caractéristique en invariants μ , δ et η ;

— on peut ainsi déduire la courbe caractéristique pression-débit pour un ventilateur homothétique aspirant un autre gaz ou tournant à une autre vitesse de rotation.

Exemple : prenons le cas d'un ventilateur aspirant de l'air à 20 °C sous une pression absolue de 1,013 bar = 1,013 · 10⁵ Pa et tournant à une vitesse $N = 2\,960$ tr/min. La roue mobile a un rayon $R_2 = 0,375$ m.

● Nous effectuerons le calcul pour le point central A de la figure 9a soit :

$$\Delta p = p_{\text{ts}} - p_{\text{te}} = 1\,020 \text{ mm CE}$$

$$q_v = 8\,900 \text{ m}^3/\text{h}$$

$$P_{\text{arbre}} = 42 \text{ ch}$$

● Il vient, en un système cohérent d'unités (figure 9b) :

$$\Delta p = 1\,020 \times 9,81 = 10\,006 \text{ Pa}$$

$$q_v = \frac{8\,900}{3\,600} = 2,472 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$P_{\text{arbre}} = 42 \times 735,5 = 30\,891 \text{ W}$$

● Sachant que :

$$\rho = \frac{p}{rT} = 1,204 \text{ kg}/\text{m}^3$$

avec $r = R/M$ (R constante universelle des gaz, M masse molaire du gaz), $r = 287 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ pour l'air [5]

et :

$$\omega = \frac{2\pi N}{60} = 310 \text{ rad}/\text{s}$$

soit :

$$u = R_2\omega = 116,25 \text{ m}/\text{s},$$

le calcul des invariants est le suivant (figure 9c) :

$$\mu = \frac{\Delta p}{\rho u^2} = 0,615$$

$$\delta = \frac{q_v}{uR_2^2} = 0,151$$

$$\eta = \frac{q_v \Delta p}{P_{\text{arbre}}} = 0,80$$

● Nous pouvons en déduire les performances d'un ventilateur homothétique au précédent de rayon $R_2 = 0,25$ m, tournant à une vitesse $N = 1\,480$ tr/min et aspirant du **dioxyde de carbone** à 100 °C sous une pression absolue de 2 bar.

Pour le dioxyde de carbone, on a $r = 189 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ [5]

On en déduit :

$$\rho = \frac{p}{rT} = 2,837 \text{ kg}/\text{m}^3$$

Par ailleurs, on a :

$$\omega = \frac{2\pi N}{60} = 155 \text{ rad}/\text{s} \text{ et } u = R_2\omega = 38,75 \text{ m}/\text{s}$$

Utilisant les invariants *en sens inverse*, on obtient pour le point central A :

$$\Delta p = \rho u^2 \mu = 2\,620 \text{ Pa}$$

$$q_v = uR_2^2 \delta = 0,366 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$P = q_v \frac{\Delta p}{\eta} = 1\,198 \text{ W}$$

Les courbes complètes de pression et de puissance sont représentées sur la figure 9d.

2.1.2 Adaptation au réseau

Le point de fonctionnement F d'un ventilateur s'obtient par intersection de sa courbe caractéristique avec celle du réseau. On s'efforce d'adapter le choix du ventilateur de telle sorte que le point de fonctionnement soit le plus proche possible du point de rendement optimal de la machine.

La forme de la courbe caractéristique d'un ventilateur dépend de sa géométrie. Lorsqu'il s'agit de ventilateurs centrifuges à aubes couchées en arrière (figure 10), elle est constamment croissante en écart de pression Δp en allant des débits-volumes élevés aux plus faibles (figure 11). Lorsqu'il s'agit, par contre, de ventilateurs centrifuges à aubes couchées en avant ou de ventilateurs hélicoïdaux, la courbe caractéristique passe par un maximum à grand débit-volume au voisinage du point de rendement optimal (figure 11).

La courbe caractéristique du réseau (dans la même représentation écart de pression - débit-volume) a la forme d'une parabole passant par l'origine des coordonnées dans le cas le plus fréquent où le ventilateur est utilisé pour vaincre une perte de charge (réseau 1, figure 12).

Il arrive, cependant, que les deux enceintes d'aspiration et de refoulement soient à des pressions différentes. La courbe caractéristique du réseau est toujours la parabole de perte de charge ; seulement, cette parabole ne passe plus par l'origine des coordonnées, mais par un point de l'axe des pressions dont la distance à l'origine des coordonnées représente la différence des pressions régnant dans les deux enceintes (réseau 2 figure 12).

■ **Cas d'un ventilateur fonctionnant seul sur le réseau** : si la courbe du réseau est une parabole, la courbe de fonctionnement du ventilateur peut passer par un maximum puisqu'elle coupera toujours avec un angle important celle du réseau et qu'ainsi son fonctionnement sera stable.

C'est d'ailleurs la raison pour laquelle il existe sur le marché un assez grand nombre de ventilateurs avec des aubes couchées en avant, ce qui est favorable à un dimensionnement (et donc à un prix) réduit lorsque l'on sait que, à vitesse périphérique donnée, l'accroissement de pression fourni par la roue est d'autant plus élevé que β_2^+ est plus grand. L'inconvénient est que le rendement diminue lorsque β_2^+ augmente. Aussi, dans les applications de ventilateurs ayant soit des puissances importantes, soit un grand coefficient d'utilisation (comme les ventilateurs de tirage ou de soufflage des centrales thermiques, par exemple) et dont le rendement prend une importance relativement grande, on a intérêt à utiliser des ventilateurs à aubes couchées en arrière, plus chers à l'achat, mais qui, à terme, assurent une économie.

■ **Cas de plusieurs ventilateurs fonctionnant en parallèle sur un même réseau** : s'il s'agit de ventilateurs identiques, tout se passe comme si l'ensemble de ces ventilateurs était remplacé par un ventilateur unique dont la courbe caractéristique de fonctionnement se déduirait des courbes de chacun des ventilateurs en additionnant les débits-volumes pour une même pression.

Mais il existe des cas où l'on veut, par exemple, augmenter de 20 à 30 % le débit d'une installation. On choisit donc, pour compléter les performances d'un ventilateur existant, un autre ventilateur ayant une caractéristique différente. Il est important alors d'associer des ventilateurs ayant des courbes constamment descendantes en

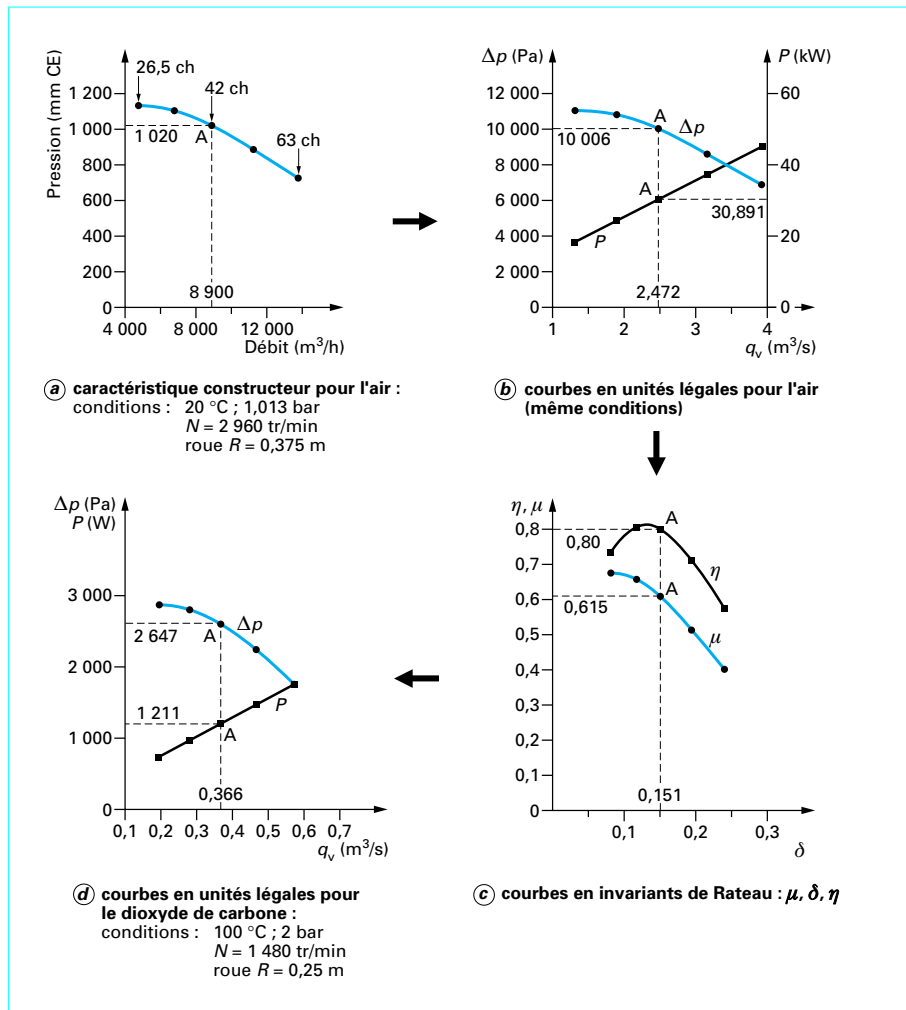


Figure 9 – Similitude dans les ventilateurs

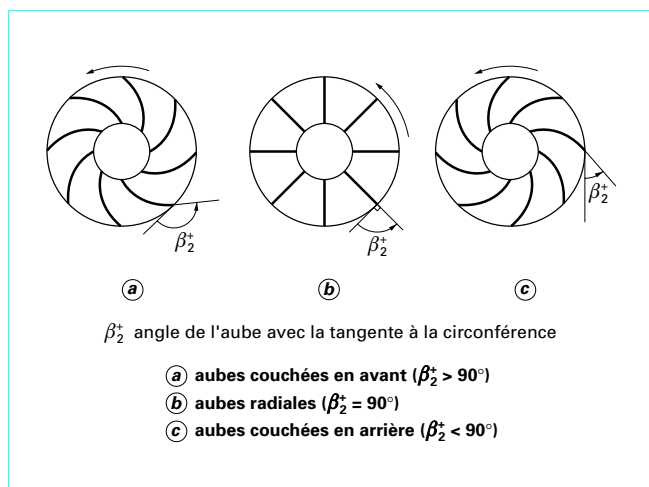


Figure 10 – Différentes formes des aubes d'une roue mobile de ventilateur

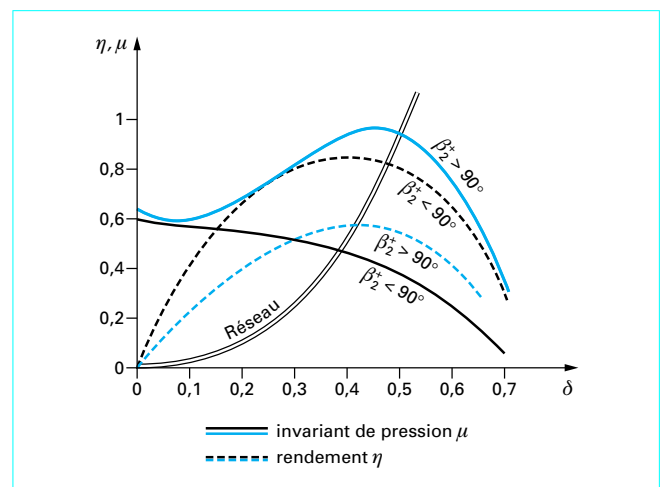


Figure 11 – Courbe des invariants de Rateau pour deux ventilateurs types à aubes couchées en avant et en arrière

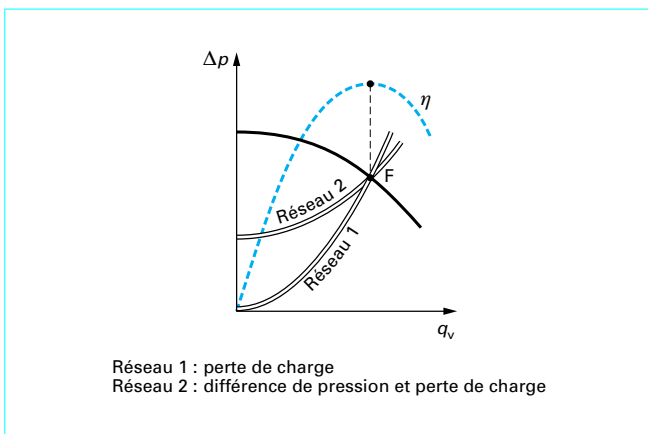


Figure 12 – Fonctionnement d’un ventilateur seul sur un réseau

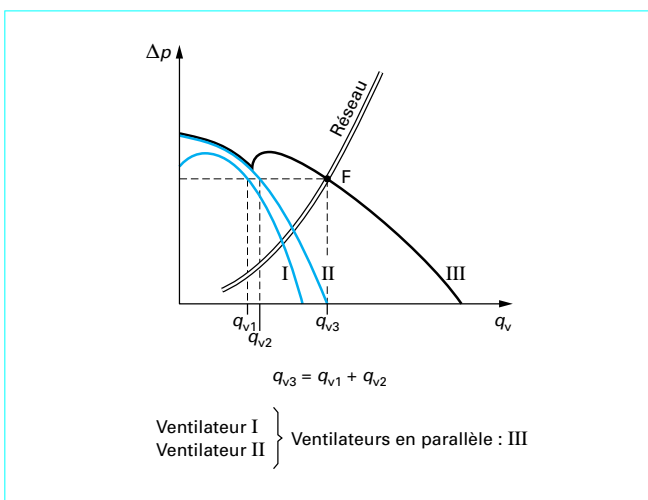


Figure 13 – Fonctionnement de deux ventilateurs en parallèle

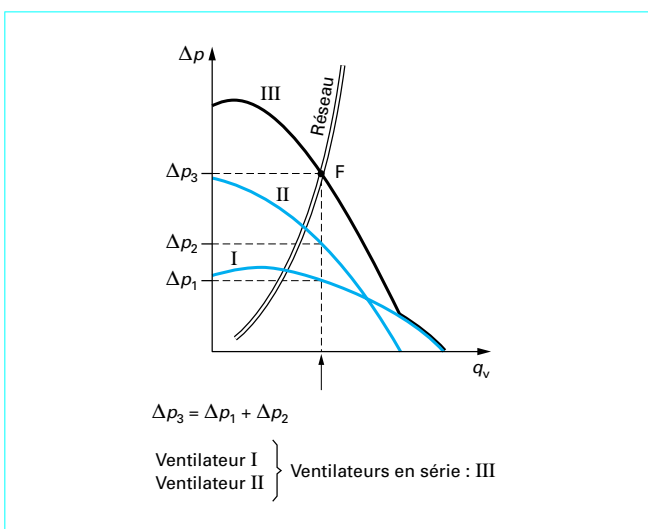


Figure 14 – Fonctionnement de deux ventilateurs en série

allant vers des débits croissants ou, tout au moins, de vérifier par le tracé de la courbe caractéristique résultante qu’il n’y a qu’un seul point possible d’intersection entre cette courbe et la courbe caractéristique du réseau (figure 13).

Autrement dit, on ne mettra en parallèle des ventilateurs à courbe de fonctionnement passant par un maximum que si leur point de fonctionnement dans la marche en parallèle est à une pression inférieure à la plus faible pression à débit nul.

■ **Cas de plusieurs ventilateurs fonctionnant en série sur un même réseau** : tout se passe comme si l’ensemble des ventilateurs était remplacé par un ventilateur unique dont la courbe caractéristique de fonctionnement se déduirait des courbes de chacun des ventilateurs en additionnant les pressions pour un même débit-volume (figure 14).

■ **Incidence sur la structure des ventilateurs** : les possibilités de mise en parallèle ou en série de plusieurs ventilateurs sont prises en compte dans la morphologie de certains ventilateurs :

- le ventilateur à double entrée est équivalent à deux ventilateurs à roue simple fonctionnant en parallèle ;
- le ventilateur multicellulaire est équivalent à plusieurs ventilateurs fonctionnant en série.

■ **Calcul des circuits** : la courbe caractéristique du ventilateur est donnée par le constructeur. En revanche, la courbe caractéristique du réseau doit être calculée par l’installateur ou l’utilisateur.

Prenons le réseau schématisé sur la figure 15. Dans un tronçon, les pertes de pression totale sont proportionnelles au carré du débit-masse soit :

$$\begin{aligned} \Delta p_{12} &= k_2 q_{m2}^2 \\ \Delta p_{23} &= k_3 q_{m3}^2 \\ \Delta p_{24} &= k_4 q_{m4}^2 \\ \Delta p_{34} &= \Delta p_{30} = 0 \end{aligned}$$

avec k_2, k_3, k_4 coefficients de perte de charge.

À chaque nœud, la somme des débits-masses entrants est égale à la somme des débits-masses sortants, soit au nœud 2 :

$$q_{m2} = q_{m3} + q_{m4}$$

Entre deux nœuds, la perte de pression Δp est la même quel que soit le chemin choisi, soit :

$$\Delta p_{23} = k_3 q_{m3}^2 = \Delta p_{24} = k_4 q_{m4}^2 = \Delta p_{20}$$

d’où :

$$q_{m3} = \sqrt{\frac{\Delta p_{20}}{k_3}} \quad q_{m4} = \sqrt{\frac{\Delta p_{20}}{k_4}} \quad q_{m2} = \sqrt{\Delta p_{20}} \left(\frac{1}{\sqrt{k_3}} + \frac{1}{\sqrt{k_4}} \right)$$

et :

$$\begin{aligned} \Delta p_{10} &= \Delta p_{12} + \Delta p_{20} \\ \Delta p_{10} &= k_2 q_{m2}^2 + \frac{1}{\left(\frac{1}{\sqrt{k_3}} + \frac{1}{\sqrt{k_4}} \right)^2} q_{m2}^2 \\ &= q_{m2}^2 \left[k_2 + \frac{1}{\left(\frac{1}{\sqrt{k_3}} + \frac{1}{\sqrt{k_4}} \right)^2} \right] \end{aligned}$$

L’ensemble du réseau est donc équivalent à un tronçon unique dont le coefficient de perte de charge K serait égal à :

$$K = k_2 + \frac{1}{\left(\frac{1}{\sqrt{k_3}} + \frac{1}{\sqrt{k_4}} \right)^2}$$

Ce coefficient K est appelé **ouverture du réseau**.

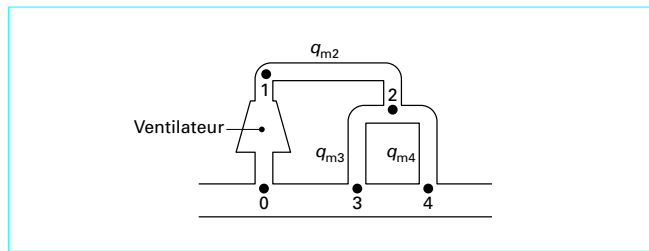


Figure 15 – Schéma d'un réseau

2.2 Cas des soufflantes et compresseurs

Dans ce paragraphe, pour une plus grande facilité d'écriture, nous n'utiliserons que le terme de **compresseur** mais tout le texte sera également applicable aux soufflantes.

2.2.1 Courbes caractéristiques

D'une façon générale, les courbes caractéristiques d'un compresseur sont représentées en portant en abscisse le débit-masse q_m et en ordonnée le taux de compression $\tau = p_{ts}/p_{te}$ pour une vitesse de rotation donnée (courbes isovitesse).

De plus, on a pour habitude de tracer le réseau des isovitesse, chacune étant graduée soit en puissance, soit en rendement, les points de même rendement étant reliés entre eux pour former les courbes d'isorendements (figure 16). Ces courbes sont données pour un gaz précis, mais aussi pour une pression p_{te} et une température T_{te} du gaz, à l'aspiration.

Pour que les courbes isovitesse soient utilisables de manière universelle, il convient de les tracer en conservant constantes, outre la nature du gaz, les valeurs de T_{te} et p_{te} . Si T_{te} et p_{te} varient, il convient de les ramener à des valeurs uniques par l'utilisation de formules appropriées (§ 2.2.2).

L'examen de ces courbes caractéristiques amène deux constatations.

■ On ne peut pas décrire les caractéristiques jusqu'à débit nul. En effet, lorsque l'on augmente la contre-pression à l'aval de la machine, le débit se réduit ; on arrive ainsi progressivement à un maximum de taux de compression.

Si l'on veut diminuer encore le débit, le fonctionnement devient instable. Des fluctuations de pression très importantes remontent dans la roue et même jusqu'à l'entrée du compresseur, créant des chocs très importants qui se traduisent par de véritables *coups de canon* à basse fréquence (de l'ordre de 1 à 10 Hz). Ce phénomène est appelé **pompage** [7]. Les points limites de chaque isovitesse forment la **ligne de pompage** du compresseur (figure 16) : c'est une ligne très importante dont il convient de ne pas trop s'approcher ; pour cela, chaque compresseur fonctionnant à des débits variés a sa *protection anti-pompage* [BM 4 501, § 1.2.4.3].

Dans le cas d'un **compresseur axial multicellulaire**, on constate que lorsque l'on réduit le débit, à vitesse de rotation constante, le premier étage atteint son maximum de pression alors que, sur les autres étages, la pression continue à croître. De ce fait, le taux de compression global continue à croître ; le compresseur complet n'a pas encore atteint sa limite de pompage alors que le premier ou même les premiers étages sont à leur maximum de pression. Cela correspond à toute une région de la zone de fonctionnement du compresseur (région A, figure 17a) qu'il est possible d'utiliser en pratique mais où des décollements existent sur des aubes d'un ou plusieurs étages.

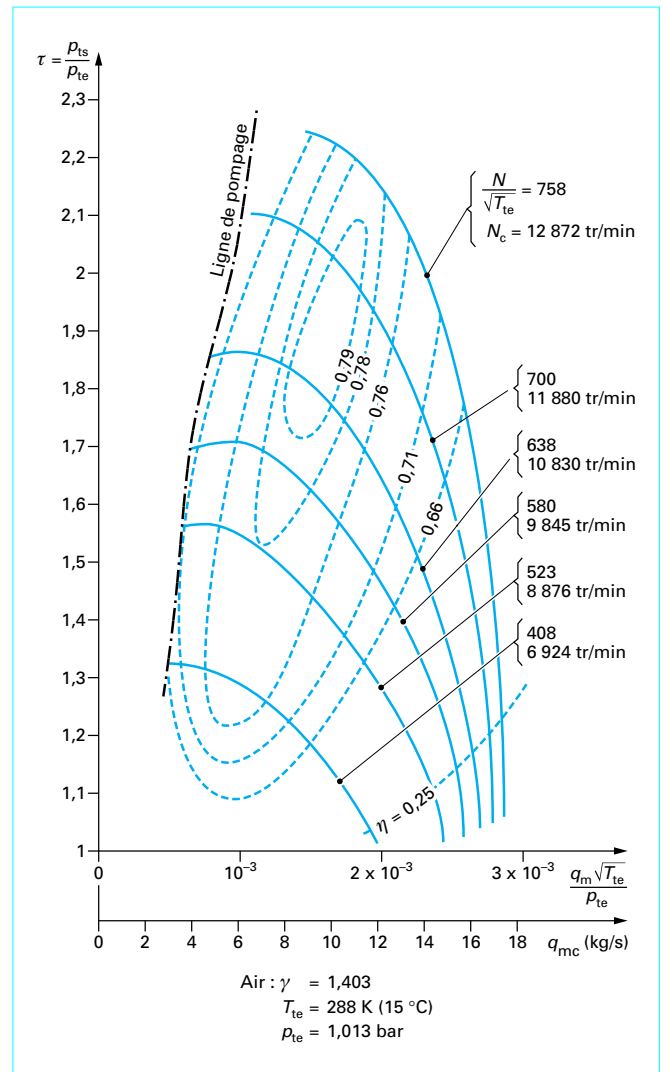


Figure 16 – Courbes d'isorendements d'un compresseur centrifuge monocellulaire

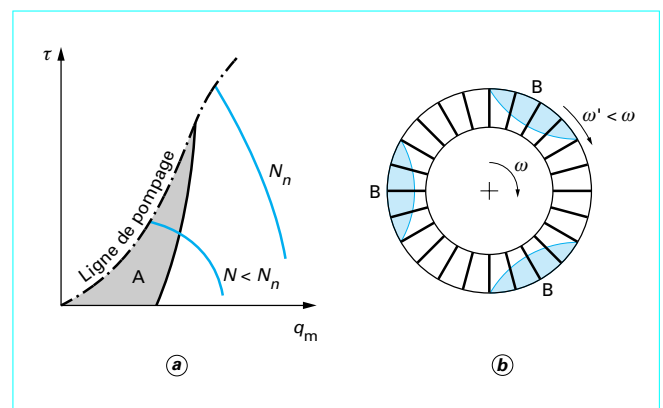


Figure 17 – Phénomène de décollement tournant dans un compresseur axial multicellulaire

Ce phénomène, connu sous le nom de *décollement tournant*, est tel que, dans une roue qui en est le siège, le décollement n'affecte que certaines zones (zones B, figure 17b) en nombre variable, réparties sur la circonférence, et que ces zones se déplacent en rotation à une vitesse ω' qui n'est qu'une fraction de la vitesse de rotation ω de la roue.

Cela signifie que, par rapport aux aubes elles-mêmes, ces zones se déplacent dans un sens contraire à la rotation de la roue ; elles affectent soit toute la hauteur des aubes, soit seulement une partie suivant que c'est le sommet ou la base qui atteint le premier sa portance maximale. Les risques entraînés sont des ruptures des aubes par vibration.

■ L'autre constatation est que, du fait de la compressibilité et par la simple application des équations de Saint-Venant, on trouve qu'au fur et à mesure que l'on accroît la vitesse de rotation dans un compresseur donné et que, de ce fait, la vitesse du fluide augmente, la courbe du débit s'infléchit comme le montre la figure 13a et passe par un maximum pour un nombre de Mach débitant égal à 1. On dit qu'il y a **blocage sonique** ou que l'on atteint le **débit limite d'étouffement**.

Si l'on regarde comment cela se traduit sur les caractéristiques, on observe que :

— à bas régime, les vitesses en tous points des aubages de la machine sont faibles et la compressibilité n'a qu'un rôle négligeable (pour un nombre de Mach de 0,25, la réduction de la masse volumique n'est que de 3 %) ;

— lorsque l'on augmente la vitesse de rotation, on arrive à un régime N_0 où, au débit maximal (taux de compression faible), on atteint localement la vitesse du son sur l'aubage mobile ; c'est le **régime critique C** (figure 13b) à partir duquel on rencontre les phénomènes soniques ;

— lorsque l'on augmente la vitesse au-delà de N_0 , on atteint localement la vitesse du son en C_1 , soit pour un débit inférieur au débit maximal à l'isovitesse considérée ; de ce fait, si à ce régime on descend le long de la caractéristique, à l'augmentation du débit correspondra une extension de la zone sonique.

On arrivera progressivement, si l'on continue toujours à augmenter la vitesse, à un point M_1 pour lequel la vitesse du son sera atteinte sur toute la section des canaux interaubes. C'est le régime **limite** à partir duquel le débit ne peut plus être augmenté, pour des conditions amont constantes. On a atteint le **débit d'étouffement**. À partir de ce point M_1 , la caractéristique pour les taux de compression plus faibles est une droite verticale.

Si l'on trace des isovitesses à des régimes encore plus élevés, ces courbes caractéristiques vont, peu à peu, se confondre avec la verticale correspondant au **débit d'étouffement**. On a atteint alors le **blocage sonique**.

Généralement, on essaie d'éviter cette situation, mais il est des cas de machines à qui il est demandé un point unique de fonctionnement et où l'on se sert de ce phénomène pour ajuster le débit à une valeur précise ; on choisit alors une section en aval de la roue mobile (diffuseur ou section de bec de volute) pour assurer ce réglage.

2.2.2 Lois de similitude

2.2.2.1 Invariants

Dès que le taux de compression devient un peu élevé, et supérieur à 1,20 en air par exemple, on quitte le domaine des ventilateurs pour entrer dans celui des soufflantes et compresseurs. La masse volumique ρ ne peut plus être considérée comme constante à travers la machine et, de ce fait, les invariants μ et δ , qui font directement intervenir ρ , sont moins commodes à utiliser. De plus, le nombre de Mach caractéristique devient plus important et il s'ensuit que les courbes $\mu = f(\delta)$ dépendent de la vitesse de rotation. Pour

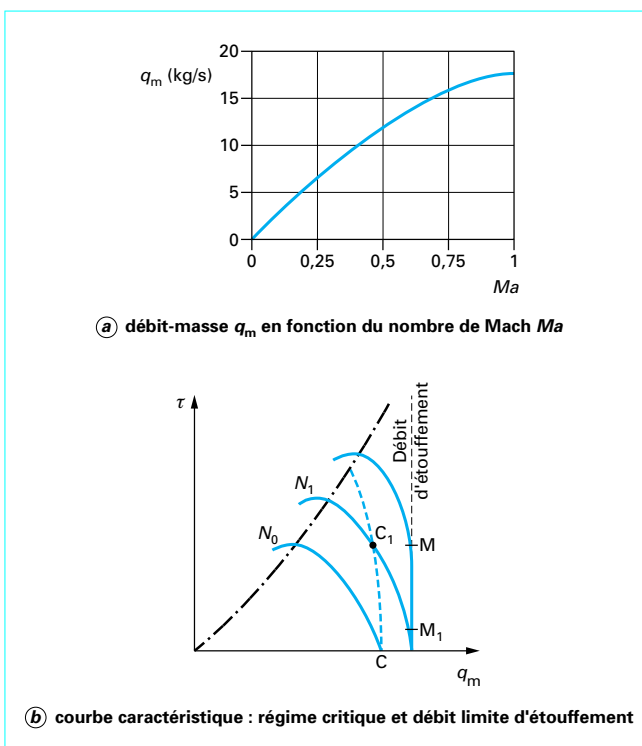


Figure 13 – Phénomène du blocage sonique

ces deux raisons, on abandonne les invariants de Rateau et l'on choisit généralement d'autres variables sans dimension.

Si l'on désire représenter une famille de compresseurs par des paramètres réellement sans dimension, on choisit habituellement :

— comme **invariant de vitesse**, caractérisant le nombre de Mach :

$$V_0 = \frac{u}{c_{te}}$$

avec $u = \omega R_2$ vitesse périphérique de la roue,

et $c_{te} = \sqrt{\gamma r T_{te}}$.

— comme **invariant de débit** :

$$\Delta_0 = \frac{q_m}{\rho_{te} c_{te} R_2^2}$$

— comme **invariant de pression** :

$$\tau = \frac{p_{ts}}{p_{te}}$$

— le rendement (adiabatique ou polytropique) est par lui-même sans dimension (§ 1.8).

Le fonctionnement d'un compresseur est alors représenté par deux relations :

$$\frac{p_{ts}}{p_{te}} = f\left(\frac{u}{c_{te}}, \frac{q_m}{\rho_{te} c_{te} R_2^2}\right)$$

$$\eta_{ad} = g\left(\frac{u}{c_{te}}, \frac{q_m}{\rho_{te} c_{te} R_2^2}\right)$$

On voit sur la figure 19a la représentation graphique habituelle de ces relations pour un compresseur donné.

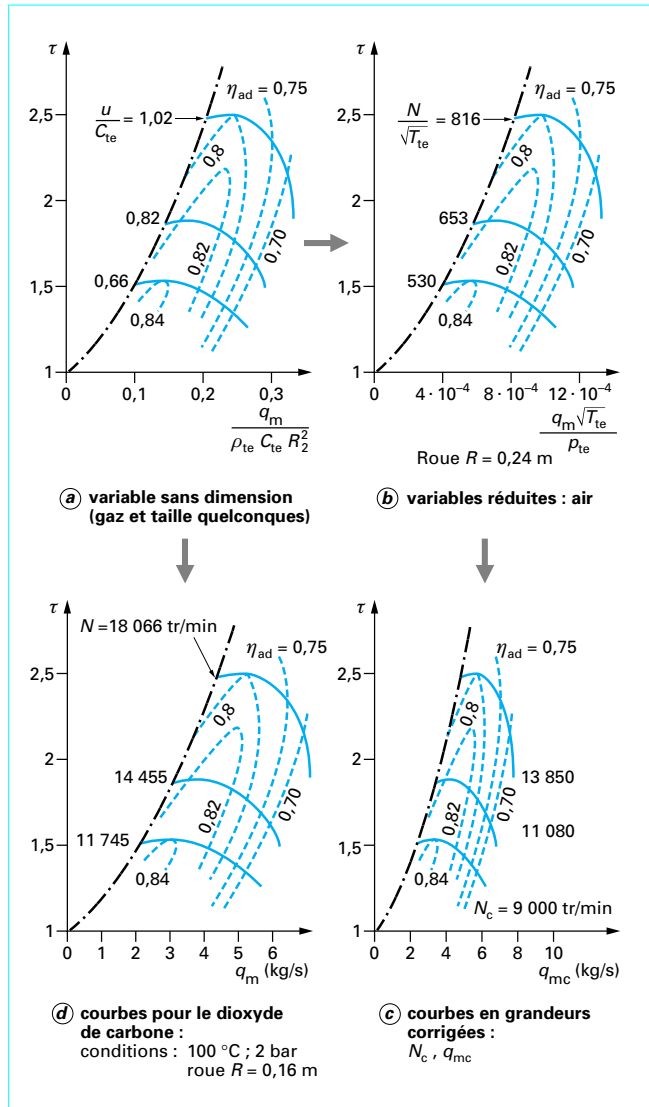


Figure 19 - Similitude dans les compresseurs

Remarque : en toute rigueur, τ et η varient aussi en fonction de deux autres grandeurs :

— le nombre de Reynolds :

$$Re = \frac{uD}{\nu} = \frac{2uR_2\rho_{te}}{\mu_\ell}$$

— le rapport des capacités thermiques massiques :

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v}$$

Ainsi, τ et η croissent légèrement avec Re ; par exemple, si l'on suit la règle d'Ackeret :

$$1 - \eta_B = \frac{1}{2}(1 - \eta_A) \left[1 + \left(\frac{Re_A}{Re_B} \right)^{1/5} \right]$$

pour deux gaz A et B différents.

2.2.2.2 Variables réduites

Il arrive fréquemment que l'on travaille avec un gaz unique (l'air, par exemple) et une seule taille de compresseur (R_2 fixé) ; on peut alors écrire :

$$V_0 = \frac{u}{c_{te}} = \frac{2\pi NR_2}{60\sqrt{\gamma T_{te}}}$$

Le rapport $\frac{2\pi R_2}{60\sqrt{\gamma r}}$ étant alors constant, on peut adopter comme **variable réduite de vitesse** :

$$V_1 = \frac{N}{\sqrt{T_{te}}} \text{ (variable dimensionnelle)}$$

De même :

$$\Delta_0 = \frac{q_m}{\rho_{te} c_{te} R_2^2} = \frac{q_m}{(\rho_{te}/r T_{te}) \times \sqrt{\gamma r T_{te}} \times R_2^2} = \frac{q_m \sqrt{T_{te}}}{\rho_{te}} \times \sqrt{\frac{r}{\gamma}} \times \frac{1}{R_2^2}$$

Le rapport $\sqrt{\frac{r}{\gamma}} \times \frac{1}{R_2^2}$ étant alors constant, on peut adopter comme **variable réduite de débit** :

$$\Delta_1 = \frac{q_m \sqrt{T_{te}}}{\rho_{te}} \text{ (variable dimensionnelle)}$$

Le fonctionnement est alors représenté par les deux relations :

$$\frac{p_{ts}}{p_{te}} = f \left(\frac{N}{\sqrt{T_{te}}}, \frac{q_m \sqrt{T_{te}}}{\rho_{te}} \right)$$

$$\eta_{ad} = g \left(\frac{N}{\sqrt{T_{te}}}, \frac{q_m \sqrt{T_{te}}}{\rho_{te}} \right)$$

On voit sur la figure 19b la représentation graphique habituelle de ces relations pour le même compresseur.

On peut aussi définir la **puissance réduite** : $\frac{P}{\rho_{te} \sqrt{T_{te}}}$

2.2.2.3 Grandeurs corrigées

Il arrive que, dans un catalogue par exemple, on désire représenter plus simplement encore le taux de compression et le débit-masse. On utilise alors comme variable de vitesse la **vitesse de rotation corrigée N_c** qui est la vitesse de rotation prise dans les conditions standards de température et de pression ($15 \text{ }^\circ\text{C}$ et $1,013 \text{ bar}$) et de même, comme variable de débit, le **débit-masse corrigé q_{mc}** .

La représentation graphique en grandeurs corrigées, toujours pour le même compresseur, est donnée à la figure 19c.

Le processus d'utilisation de ces variables est le suivant :

— on dispose de la caractéristique constructeur du compresseur en grandeurs corrigées ;

— on peut en déduire les caractéristiques en variables réduites ainsi qu'en variables sans dimension (invariants) ;

— à partir des caractéristiques en variables réduites, on peut obtenir les caractéristiques de fonctionnement de la même machine pour d'autres conditions de température et de pression ;

— à partir des caractéristiques en variables sans dimension, on peut obtenir les caractéristiques de fonctionnement de la même machine avec un autre gaz ou une machine homothétique de la même famille.

Exemple : prenons le cas d'un compresseur d'air dont les caractéristiques en grandeurs corrigées au point de fonctionnement étudié sont : $N_c = 9\,000$ tr/min et $q_{mc} = 4$ kg/s aux conditions standards de température et de pression (15 °C et 1,013 bar). Le rayon extérieur de la roue est $R_2 = 0,24$ m.

On a les données suivantes pour l'air [5] :

$$\gamma = 1,4 ; r = 287 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)} \text{ et } \mu_\ell = 17,8 \times 10^{-6} \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

● Pour ces valeurs corrigées, on lit directement sur la figure 19c les valeurs du taux de compression $\tau = 1,52$ et, par interpolation, du rendement $\eta = 0,83$.

On calcule les variables sans dimension ou invariants :

$$V_0 = \frac{u}{c_{te}} = \frac{2\pi N_c R_2}{60 \sqrt{\gamma r T_{te}}} = 0,665$$

$$\Delta_0 = \frac{q_{mc}}{\rho_{te} c_{te} R_2^2} = 0,1666$$

avec $\rho_{te} = p/rT_{te} = 1,225 \text{ kg/m}^3$.

● Nous pouvons obtenir ainsi les performances d'un compresseur homothétique au précédent, de rayon de roue $R_2 = 0,16$ m et aspirant du dioxyde de carbone à une température de 100 °C sous une pression absolue de 2 bar.

On a pour le dioxyde de carbone les valeurs :

$$r = 189 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}, c_p = 920 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)} \text{ et } \mu_\ell = 18,6 \times 10^{-6} \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

On en déduit :

$$\gamma = \frac{c_p}{c_p - r} = 1,258$$

donc :

$$c_{te} = \sqrt{\gamma r T_{te}} = 297,8 \text{ m/s.}$$

À partir des variables sans dimension, on obtient :

$$u = V_0 c_{te} = 198,0 \text{ m/s}$$

soit :

$$N = \frac{60 u}{2\pi R_2} = 11\,817 \text{ tr/min}$$

$$q_m = \Delta_0 \rho_{te} c_{te} R_2^2 = 3,602 \text{ kg/s}$$

avec $\rho_{te} = p_{te}/rT_{te} = 2,836 \text{ kg/m}^3$.

On a aussi les mêmes valeurs de τ et η que précédemment, soit : $\tau = 1,52$ et $\eta = 0,83$.

● Si l'on voulait tenir compte de l'influence du nombre de Reynolds sur le rendement, avec :

$$Re = \frac{u D \rho}{\mu_\ell}$$

soit :

$$Re_{air} = \frac{226,2 \times 0,48 \times 1,225}{17,8 \times 10^{-6}} = 7,47 \times 10^6$$

$$Re_{CO_2} = \frac{198 \times 0,32 \times 2,836}{18,6 \times 10^{-6}} = 9,66 \times 10^6$$

on aurait, d'après la correction d'Ackeret :

$$1 - \eta_{CO_2} = \frac{1}{2} (1 - 0,83) \left[1 + \left(\frac{7,47 \times 10^6}{9,66 \times 10^6} \right)^{1/5} \right] = 0,166$$

soit :

$$\eta_{CO_2} = 0,834$$

Comme on le constate, la correction de rendement est très faible ; aussi, devant les autres incertitudes de la transposition ($\gamma = 1,25$ au lieu de 1,4), il est loisible de ne pas en tenir compte.

Tous les points de la figure 19d ont été obtenus par cette méthode.

2.2.3 Adaptation des performances aux variations du réseau

Le réseau est le circuit récepteur du compresseur :

— s'il s'agit d'assurer la circulation d'un gaz dans une tuyauterie, la courbe du réseau est une parabole puisqu'il convient de vaincre une perte de charge proportionnelle au carré du débit ;

— s'il s'agit d'assurer un niveau de pression dans une enceinte, la courbe du réseau est une droite horizontale, la pression de sortie du compresseur devrait être indépendante du débit appelé.

Donc, suivant les besoins de l'utilisateur ou l'évolution du réseau, le point de fonctionnement de l'installation peut subir des variations importantes. Il convient que les caractéristiques du compresseur puissent s'adapter à ces conditions.

Pour ce faire, il existe plusieurs possibilités de réglage de ces compresseurs. Le choix de la solution doit tenir compte :

- du supplément d'investissements à réaliser ;
- de la forme de la caractéristique du réseau ;
- du bilan des consommations d'énergie pour un cycle complet d'utilisation.

2.2.3.1 Laminage à l'aspiration

Si la vitesse du compresseur est constante (entraînement par moteur électrique), on peut agir sur un orifice à section variable (vanne) situé sur la tuyauterie d'aspiration.

Imaginons, par exemple, que le compresseur tourne à sa vitesse maximale de 13 850 tr/min, en aspirant à $T_{te} = 288,15$ K, et que l'on désire une pression de refoulement de 1,9 bar avec un débit de 6 kg/s.

La vitesse réduite (figure 20) est alors $N/\sqrt{T_{te}} = 816$.

Par exemple, si l'on crée une perte de charge réduisant de 1,013 bar à 0,83 bar la pression d'admission, pour une pression de refoulement constante, on impose au compresseur un taux de compression de $1,90/0,83 = 2,29$. On lit alors sur la courbe caractéristique en variables réduites (figure 20, point (a)) la valeur du débit réduit :

$$\frac{q_m \sqrt{T_{te}}}{p_{te}} = 12,3 \times 10^{-4}$$

soit :

$$q_m = \frac{12,3 \times 10^{-4} \times 0,83 \times 10^5}{\sqrt{288,15}} = 6 \text{ kg/s}$$

La puissance absorbée pour la compression est de 627 kW.

C'est une solution simple lorsqu'il s'agit, en maintenant la pression de refoulement, de faire varier le débit. Mais ce système est coûteux en énergie et ne peut être utilisé valablement que si les puissances mises en jeu sont faibles.

Le lecteur pourra se reporter aux paragraphes 1.7 et 1.8 pour le calcul des puissances et des rendements.

2.2.3.2 Laminage au refoulement

On veut, comme dans l'exemple précédent, obtenir un débit de 6 kg/s sans toucher aux conditions d'aspiration et en conservant la pression de refoulement.

On a alors :

$$\frac{q_m \sqrt{T_{te}}}{p_{te}} = \frac{6 \sqrt{288,15}}{101\,325} = 10 \times 10^{-4}$$

En lisant sur la courbe caractéristique de la figure 20 (point (b)), on obtient $\tau = 2,49$; la pression à la sortie du compresseur est donc :

$$p_{ts} = 2,49 p_{te} = 2,49 \times 1,01325 = 2,52 \text{ bar.}$$

La puissance absorbée est de 646 kW.

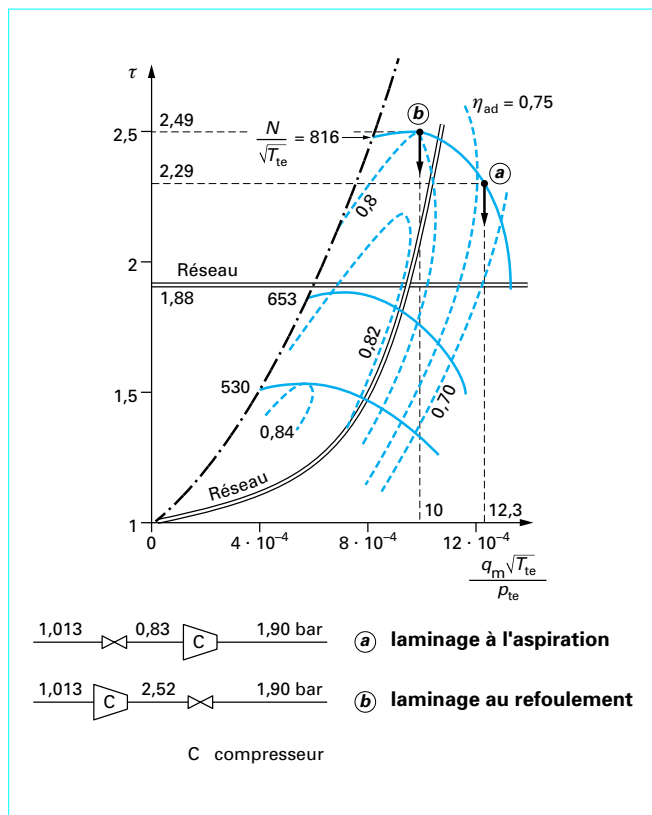


Figure 20 – Réglage d’un compresseur par laminage à l’aspiration ou au refoulement

Le point de fonctionnement s’est sensiblement rapproché de la ligne de pompage. Cette solution est donc encore moins intéressante que la précédente.

2.2.3.3 By-pass

Une façon très simple de faire varier le débit utile est de dériver une partie du débit véhiculé par le compresseur à la sortie de la machine. Dans certains cas (l’air par exemple), ce débit peut alors être rejeté à l’atmosphère. Le plus souvent, ce gaz est recyclé en amont de la machine après être passé dans un réfrigérant qui absorbe la puissance de compression de ce débit. Bien entendu, cette puissance est dépensée en vain.

On utilise ce procédé quand le point de fonctionnement se rapproche dangereusement de la ligne de pompage. Il constitue alors une protection du compresseur vis-à-vis de cette dernière. Dans ce cas, le circuit ainsi constitué s’appelle **circuit antipompage** [BM 4 501].

2.2.3.4 Ailettes orientables (ou ventelles)

■ **Ailettes placées devant l’entrée de la roue** : un perfectionnement de l’idée du laminage à l’aspiration consiste à placer devant la roue des ailettes orientables créant une prérotation du fluide dans le sens de rotation de la roue ; on peut ainsi obtenir des débits moindres à taux de compression donné, tout en maintenant un rendement acceptable (§ 3.2.1).

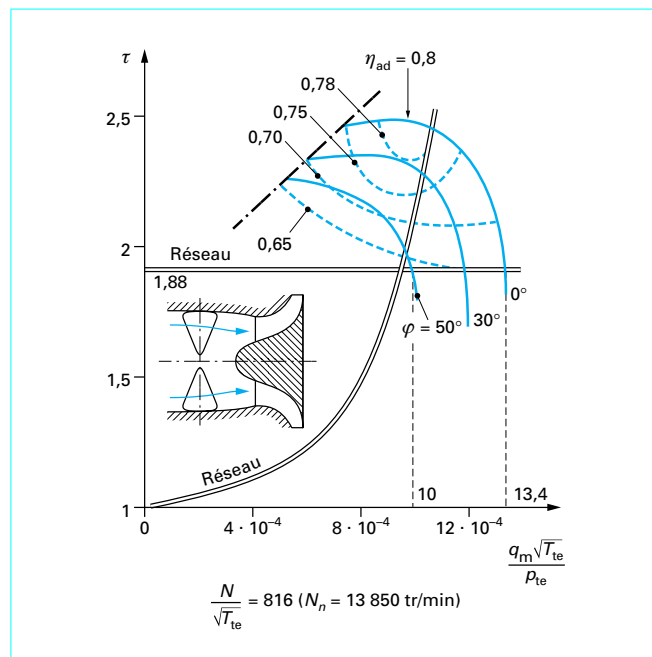


Figure 21 – Réglage d’un compresseur par ailettes orientables (placées devant l’entrée de la roue)

Le diagramme de la figure 21 est relatif au compresseur cité précédemment (figure 19) ; il donne le taux de compression en fonction du débit-masse pour une vitesse de rotation donnée et pour diverses valeurs de l’angle φ de calage des ailettes de prérotation.

Naturellement, pour une déviation nulle des aubages (φ = 0°), on retrouve la courbe des figures précédentes. En inclinant les ailettes de prérotation de 50° par rapport à la position axiale (dans le sens de la rotation), on obtient, pour un taux de compression de 1,88 et toujours à la vitesse de rotation de 13 850 tr/min, le débit de 6 kg/s :

φ (°)	$\frac{q_m \sqrt{T_{te}}}{\rho_{te}}$	qm(kg/s)	η _{ad}
0	13,4 × 10 ⁻⁴	8	0,65
50	10 × 10 ⁻⁴	6	0,63

La puissance absorbée pour la compression est de 545 kW.

Le domaine d’utilisation des ventelles est là encore limité par la ligne de pompage, ce qui veut dire qu’il peut être large si la courbe de réseau a une pente plus grande que celle de la ligne de pompage ; il se réduit lorsque l’inclinaison de cette courbe diminue.

Bien que l’on se soit nettement éloigné de la zone des meilleurs rendements, cette solution est bien plus avantageuse que les solutions à laminage.

■ **Diffuseur à ailettes orientables** : par rotation des ailettes du diffuseur, on réduit la section d’entrée des canaux s_c par rapport à la section nominale s_{cn}.

Dans ce cas, le débit est sensiblement proportionnel à la section du diffuseur ; la puissance est sensiblement proportionnelle au débit. Ainsi, pour un débit de 6 kg/s avec un taux de compression de 1,88, la puissance absorbée pour la compression est de 524 kW.

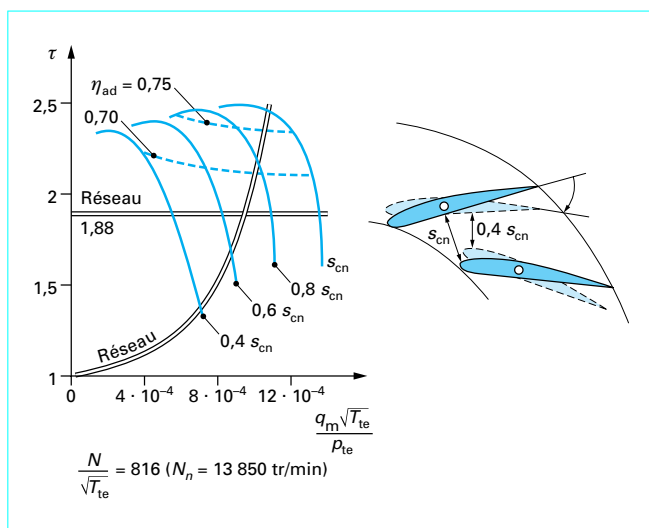


Figure 22 – Réglage d'un compresseur par diffuseur à ailettes orientables

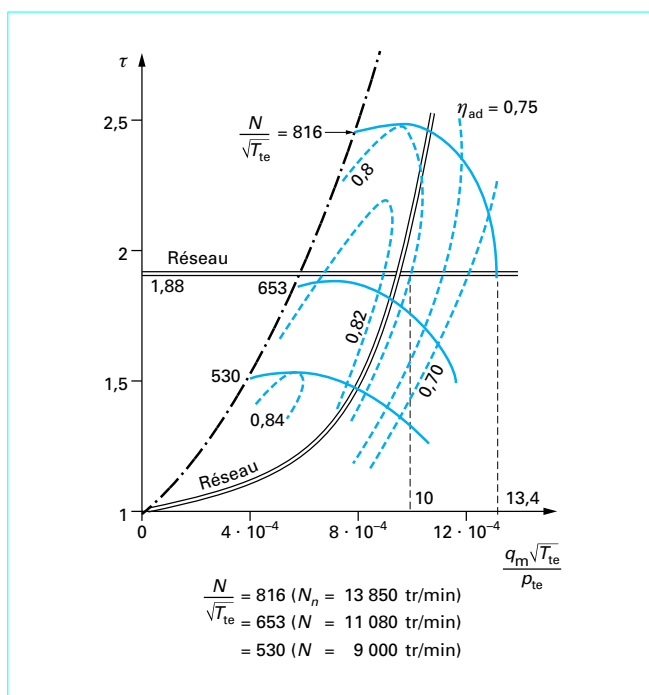


Figure 23 – Réglage d'un compresseur par vitesse variable

On voit sur la figure 22 tout l'intérêt de ce type de réglage pour un réseau relativement plat : le rendement évolue peu et l'on dispose d'une large plage d'utilisation.

2.2.3.5 Réglage par vitesse variable

C'est le moyen de réglage le plus simple lorsque le compresseur est entraîné par une turbine à vapeur ou une turbine à gaz.

Reprenons notre compresseur type et cherchons à faire varier le débit-masse en maintenant la pression de refoulement constante et égale à 1,9 bar (d'où $\tau = 1,9/1,013 = 1,88$). Le compresseur délivre environ 8 kg/s ($q_m \sqrt{T_{te}} / \rho_{te} = 13,4 \times 10^{-4}$) au régime maximal de 13 850 tr/min ($N / \sqrt{T_{te}} = 816$).

Lorsque l'on souhaite obtenir un débit de 6 kg/s par exemple ($q_m \sqrt{T_{te}} / \rho_{te} = 10 \times 10^{-4}$), il suffit de faire tourner la machine un peu plus vite que pour $N / \sqrt{T_{te}} = 653$, soit 11 600 tr/min (figure 23).

La puissance absorbée est de 429 kW.

C'est le procédé le plus intéressant sur le plan énergétique.

Il est avantageux dans le cas d'un réseau de forme parabolique car il a tendance à éloigner le point de fonctionnement de la ligne de pompage tout en suivant d'assez près une ligne d'isorendements.

Il est en concurrence avec le précédent dans le cas des réseaux relativement plats [surtout si l'on prend soin de bien choisir le point d'adaptation (point utilisé pour le calcul)], à cela près qu'il accepte une plage de débit moins importante.

3. Éléments de dimensionnement

3.1 Généralités

D'une façon générale, la mécanique des fluides des compresseurs peut être considérée sous deux aspects : l'aspect **canaux** et l'aspect **profils**.

Dans le premier cas, on considère que le fluide est guidé par des parois qui délimitent un canal.

Dans le second cas, on considère que le fluide s'écoule autour de profils ressemblant à de petites ailes d'avion.

Le schéma des canaux et des profils est donné dans la figure 24. Les flèches représentent, de façon très grossière et très globale, le cheminement du fluide à travers un étage de compression :

- les flèches bleues sont à associer à l'écoulement relatif, tel que le verrait se déplacer un observateur lié à la roue mobile ;
- les flèches noires caractérisent la direction de la vitesse absolue dans le diffuseur.

La constitution d'un étage de compression ayant été définie dans le paragraphe 1.2, tant pour les machines axiales que pour les machines centrifuges (figures 2 et 3), nous aborderons directement, dans ce paragraphe, l'étude des différents éléments en donnant le plus d'importance à l'aspect aérodynamique.

3.2 Aérodynamique des machines centrifuges

3.2.1 Directrice d'entrée

La directrice d'entrée (figure 25a) incline les filets fluides, de façon à créer une composante tangentielle v_{1u} à l'entrée de la machine.

Si cette inclinaison s'effectue dans le sens de la rotation, l'accroissement de la variation d'enthalpie totale :

$$\Delta H_t = u_2 v_{2u} - u_1 v_{1u}$$

se trouve réduit, de même que le taux de compression et le débit. Cependant, le rendement est peu affecté.

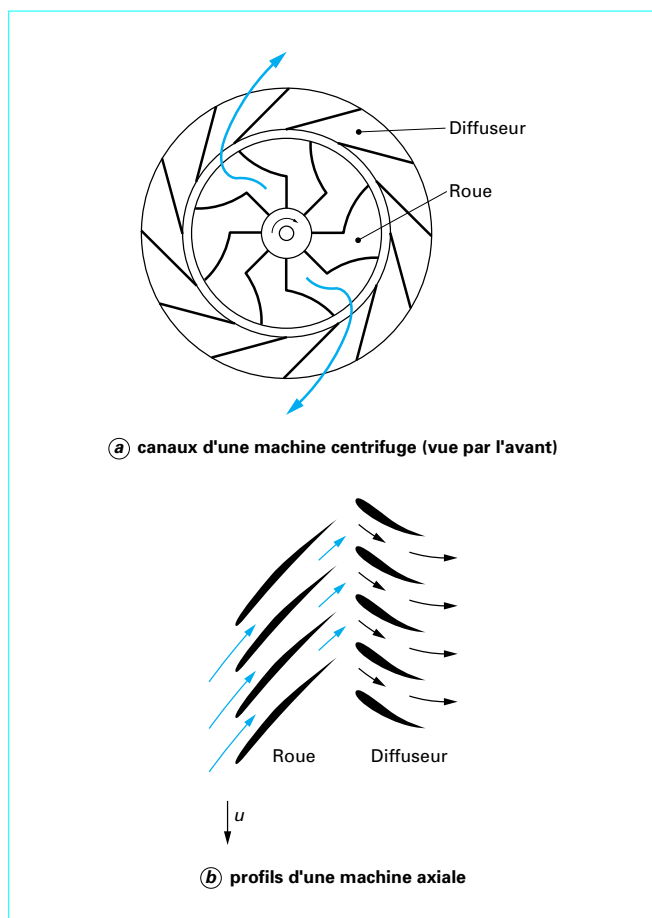


Figure 24 - Écoulement du fluide

En général, la directrice (appelée aussi **distributeur** ou **prérotation**) comporte de 5 pales (minimum pour avoir une veine homogène) à 10 pales (maximum pour avoir un prix de revient raisonnable) ; la commande s'effectue par biellettes ou par pignons.

Le pas relatif t/ℓ (figure 25b) est de l'ordre de 1 de telle façon que la directrice soit entièrement fermée au calage : $\varphi^+ = 90^\circ$ (tandis qu'il ne joue aucun rôle pour $\varphi^+ = 0^\circ$ où $v_{1u} = 0$).

La déflexion des filets fluides φ est moindre que l'angle géométrique φ^+ ; il ressort d'essais que l'on a approximativement :

$$\varphi/\varphi^+ = 1 - 0,7 \cos \varphi^+ \text{ pour } t/\ell = 1.$$

Les profils des pales, biconvexes symétriques, ont des épaisseurs relatives e/ℓ de l'ordre de 5 à 7 % ; des tôles affûtées en bord d'attaque et bord de fuite conviennent à la rigueur.

3.2.2 Roue mobile

Les roues comportent en général un nombre de pales z variant de 16 (compresseurs subsoniques) à 32 (compresseurs supersoniques) ; moins de 16 pales créent des décollements et plus de 32 pales des frottements importants.

L'entrée de la roue, appelée *avant-roue*, ne possède souvent qu'une pale sur 2 (8 à 16 par conséquent) pour éviter le blocage du débit [BM 4 501, § 1.2.1.1]. À titre d'exemple, on donne sur la figure 26 les cotes habituellement retenues, en prenant arbitrairement un rayon R_2 de 100 mm.

Les roues ouvertes (figure 27a) ont un rendement un peu moins bon que les roues fermées (figure 27b), mais elles peuvent tourner plus vite, donc avoir un taux de compression plus élevé.

Les roues à aubes couchées en arrière (figure 27d) ont un rendement un peu supérieur aux roues à aubes radiales (figure 27c), mais elles ne peuvent tourner aussi vite et ont de ce fait des taux de compression un peu moindres.

Disons pour fixer les idées qu'une roue ouverte actuelle à aubes couchées en arrière peut tourner jusqu'à 470 m/s en exécution industrielle à grande endurance (taux de compression de 3,2) et jusqu'à 600 m/s en exécution aéronautique (taux de compression de 7).

La variation d'enthalpie totale d'une roue sans directrice d'entrée ($v_{1u} = 0$) devient :

$$\Delta H_t = u_2 v_{2u}$$

u_2 est connu ($u_2 = \omega R_2$) ; il nous faut trouver v_{2u} .

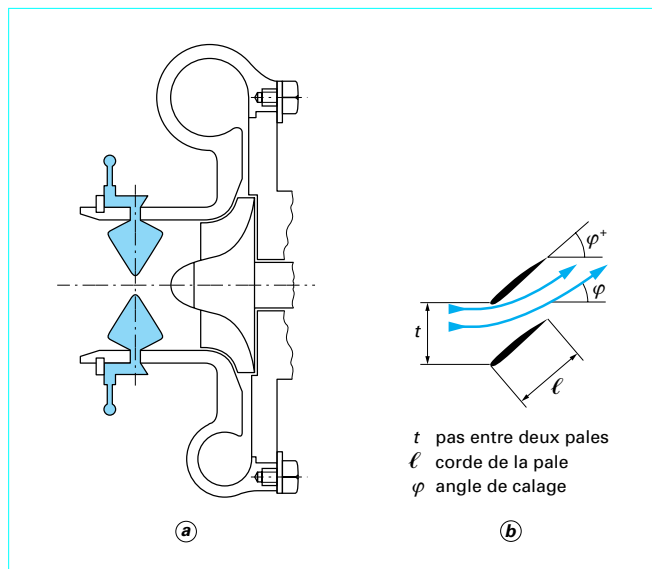


Figure 25 - Directrice d'entrée dans une machine centrifuge

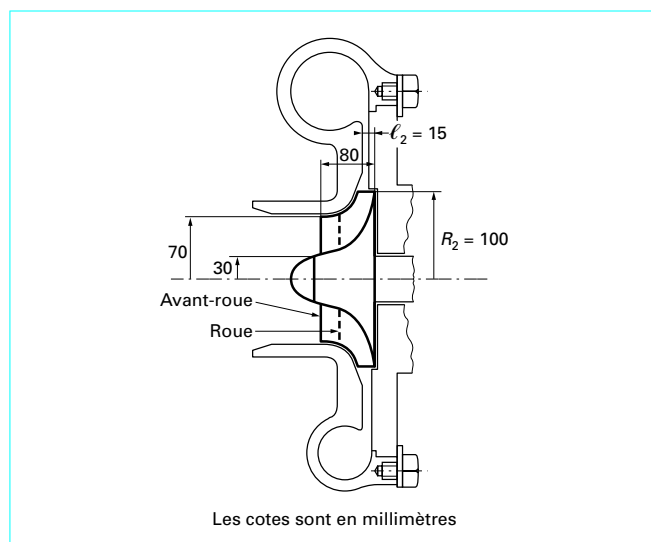


Figure 26 - Roue mobile centrifuge

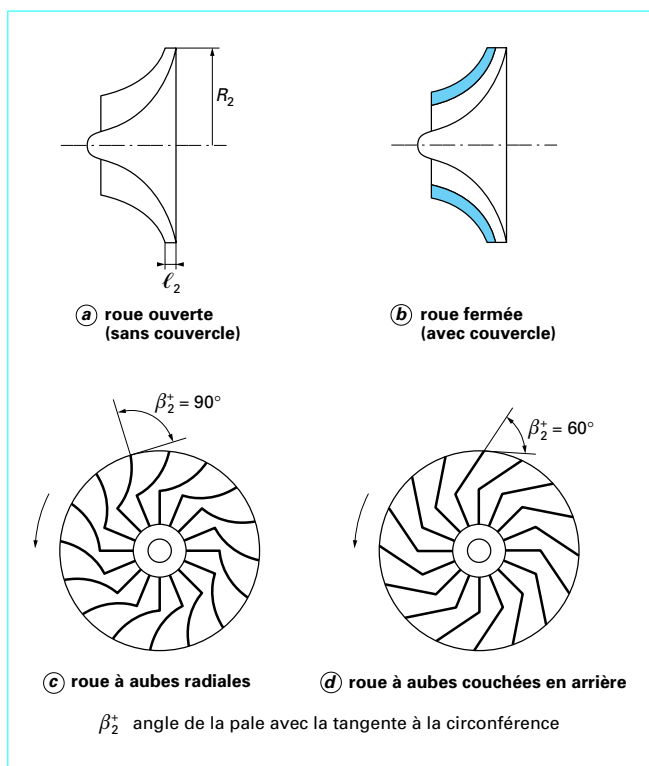


Figure 27 – Roues mobiles centrifuges ouvertes ou fermées, à aubes radiales ou couchées en arrière

Si le nombre de pales était infini, les filets fluides suivraient parfaitement le contour des pales dans le mouvement relatif et l'angle de sortie relatif β_2 serait exactement égal au calage β_2^+ des profils (figure 28, triangle des vitesses en tireté).

On aurait alors :

$$\begin{aligned} v_{2u\infty} &= AB - AH' \\ &= AB - \frac{C'H'}{\tan \beta_2^+} = u_2 - \frac{v_{2m}}{\tan \beta_2^+} \end{aligned}$$

avec v_{2m} connu par le débit.

Malheureusement, avec le nombre de pales courant, il y a un écart flux/profil et l'on a $v_{2u \text{ réel}} < v_{2u\infty}$.

Une formule pratique dérivée d'un travail de Stodola [2] donne l'expression de ce glissement :

$$G = \frac{v_{2u \text{ réel}}}{v_{2u\infty}} = 1 - \frac{K_0 \frac{\pi}{z} \sin \beta_2^+}{1 - \frac{K_1}{\tan \beta_2^+} \cdot \frac{v_{2m}}{u_2}}$$

avec K_0, K_1 coefficients expérimentaux.

Pour un type donné de compresseur, les valeurs de K_0 et K_1 sont assez peu fluctuantes quels que soient la taille et le taux de compression de la machine. Les ordres de grandeur sont de 1 pour K_0 et de 2 pour K_1 .

Le taux de compression de la roue est donné par le rapport de la pression totale à la sortie de la roue à la pression totale à l'entrée de la machine :

$$\tau_R = p_{t2}/p_{te}$$

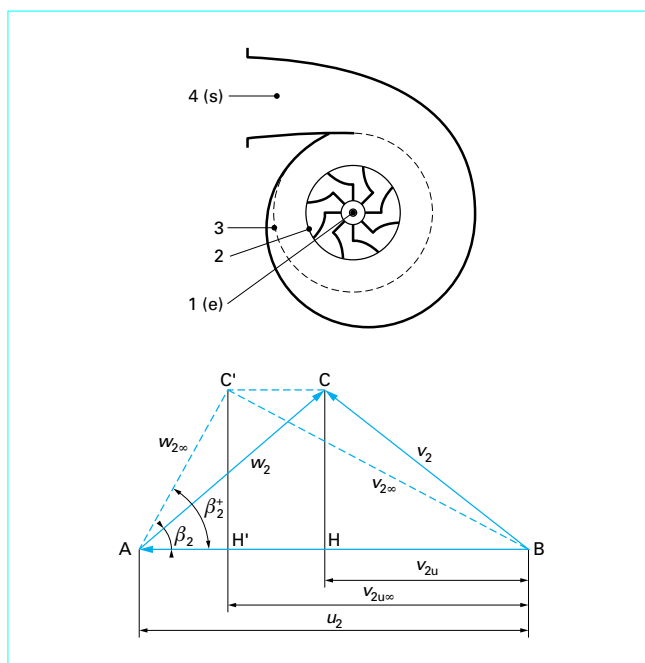


Figure 28 – Triangle des vitesses à la sortie de la roue d'une machine centrifuge

Le rendement de la roue η_R (§ 1,52) se définit alors comme :

$$\eta_R = \frac{\Delta T_{\text{is roue}}}{\Delta T_{\text{réel machine}}} = \frac{T_{te} \left(\tau_R^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right)}{T_{ts} - T_{te}}$$

Le rendement de la roue est souvent excellent, de l'ordre de 0,9 à 0,95.

3.2.3 Diffuseur et volute

Le diffuseur a pour but de convertir en pression l'énergie disponible sous forme de vitesse à la sortie de la roue. La volute a pour fonction de conduire le fluide depuis la sortie du diffuseur (espace annulaire) jusqu'à la bride de sortie.

Si le fluide était idéal, sans pertes, on aurait $p_{ts} = p_{t2}$, avec :

$$\frac{p_{t2}}{p_2} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma_2^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

Si, de plus, le fluide a été très ralenti à la bride de sortie, on a pratiquement $p_{ts} = p_s$ et, toujours dans ce cas idéal, $p_s = p_{t2}$.

En réalité, il n'en est pas ainsi et l'on définit un **coefficient de récupération statique** C_p tel que :

$$C_p = \frac{p_s - p_2}{p_{t2} - p_2}$$

Ainsi, si $p_s = p_2$, le diffuseur ne sert à rien et $C_p = 0$.

À l'inverse, si $p_s = p_{t2}$, on est dans le cas idéal examiné ci-avant et $C_p = 1$.

Il existe deux façons de réaliser un diffuseur.

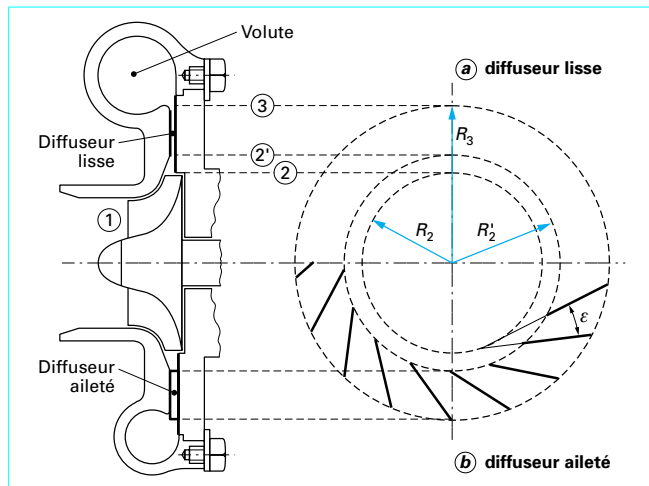


Figure 29 - Diffuseur et volute dans une machine centrifuge

■ Le diffuseur lisse entre deux plans parallèles est le plus simple (figure 29a).

Dans ce diffuseur, le moment cinétique du gaz est constant (démonstration analogue au théorème d'Euler) donc $Rv_u = Cte$; de même, l'équation du débit donne : $\rho \cdot 2\pi R \cdot v_m = Cte$ et, si ρ est peu variable, on a $Rv_m = Cte$, donc :

$$v_m/v_u = Cte$$

Les trajectoires sont des spirales logarithmiques et la vitesse décroît comme $1/R$; pour obtenir un bon ralentissement, le rapport des rayons R_3/R_2 doit être au moins égal à 1,5 et le coefficient Cp pour un tel diffuseur (entre les points ② et ①) est de l'ordre de 0,6.

■ Le diffuseur aileté (figure 29b) utilise généralement des pales droites ou courbes situées entre deux plans parallèles (diffuseur plat). Dans ce cas, le ralentissement est plus énergique et, si l'on adopte un angle ϵ voisin de l'angle de divergence optimal correspondant à l'angle maximal au-delà duquel commencent à apparaître des décollements (figure 30), Cp peut être de l'ordre de 0,7.

Le rendement du compresseur est alors environ de 2 points meilleur que dans le cas du diffuseur lisse.

L'encombrement d'un diffuseur aileté est moindre que celui du diffuseur lisse avec un rapport R_3/R_2 au moins égal à 1,3.

Le diffuseur aileté peut fonctionner correctement jusqu'à un Mach d'attaque de 1,2 à condition d'adopter des bords d'attaque pointus et des divergences plus faibles qu'en subsonique (figure 30). On peut alors avoir un compresseur supersonique qui atteint un taux de compression de 7 avec un rendement de 0,8.

3.2.4 Exemple de calcul d'un compresseur centrifuge

On se propose de calculer un point de fonctionnement du compresseur d'air dont les courbes caractéristiques sont données sur la figure 19 :

$$\begin{aligned} q_{mc} &= 5,9 \text{ kg/s} & \tau &= 2,49 \\ N_c &= 13\,850 \text{ tr/min} & \eta_{ad} &= 0,80. \end{aligned}$$

Les caractéristiques du compresseur à déterminer sont donc :

- les vitesses tangentielle et absolue à la sortie de la roue ;
- les pressions et températures à la sortie de la roue et de la machine,

ce qui permettra de retrouver les valeurs données sur la figure 19, à savoir le débit, le taux de compression et le rendement. On déterminera également la puissance absorbée pour la compression.

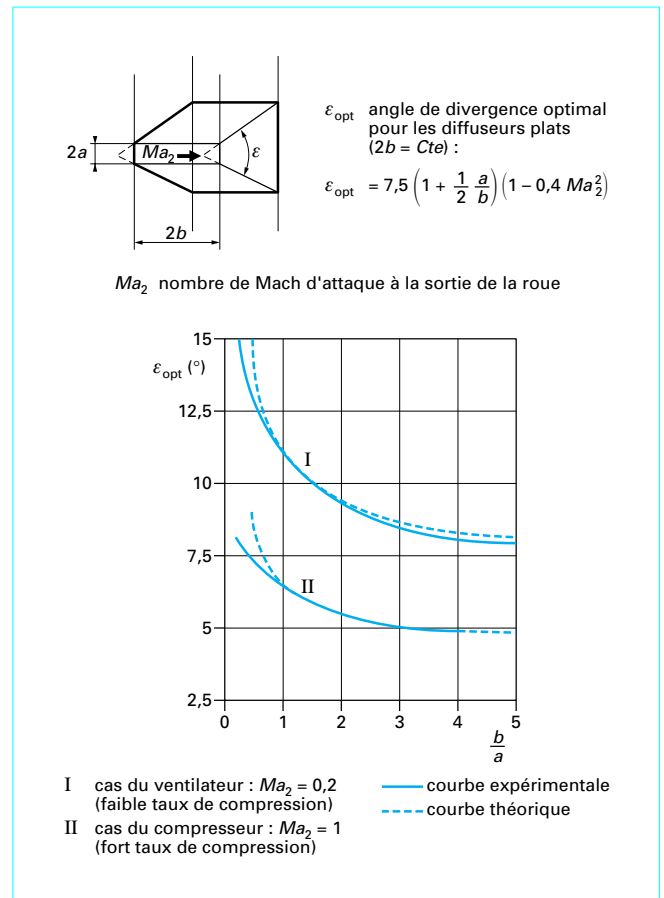


Figure 30 - Évolution de l'angle de divergence optimal en fonction du facteur de forme b/a

Données géométriques :

Rayon extérieur de roue	$R_2 = 0,24 \text{ m}$
Largeur extérieure de roue	$\ell_2 = 0,027 \text{ m}$
Pales radiales	$\beta_2^+ = 90^\circ$
Nombre de pales	$z = 24$

Données relatives au gaz utilisé (air) :

Pression d'aspiration	$p_{te} = 101\,325 \text{ Pa}$
Température à l'aspiration	$T_{te} = 288,15 \text{ K}$
Constante de l'air	$r = 287 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$
Rapport des capacités thermiques massiques	$\gamma = 1,4$
Capacité thermique massique à pression constante	$c_p = 1\,004,5 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$

Données supplémentaires (valeurs d'usage) :

Vitesse débitante à la sortie de la roue	$v_{2m} = 80 \text{ m/s}$
Coefficients pour le calcul du glissement	$K_0 = 0,85$ et $K_1 = 1,8$
Rendement de roue	$\eta_R = 0,95$
Coefficient de récupération du diffuseur	$Cp = 0,65$

■ La vitesse périphérique à la sortie de la roue est donnée par :

$$u_2 = \omega R_2 = \frac{2\pi N R_2}{60} = 348,1 \text{ m/s}$$

Dans le cas d'un nombre infini de pales, la vitesse tangentielle à la sortie de la roue serait égale à :

$$v_{2u\infty} = u_2 - \frac{v_{2m}}{\tan \beta_2^+} = 348,1 \text{ m/s}$$

Elle est donc égale à u_2 .

Le facteur de glissement G va nous permettre de déterminer v_{2u} avec :

$$v_{2u \text{ réel}} = G v_{2u\infty}$$

Pour un nombre de pales limité, on a :

$$G = 1 - \frac{K_0 \frac{\pi}{z} \sin \beta_2^+}{1 - \frac{K_1}{\tan \beta_2^+} \cdot \frac{v_{2m}}{u_2}} = 0,889$$

d'où :

$$v_{2u} = G v_{2u\infty} = 309,5 \text{ m/s}$$

ce qui permet de déduire :

$$v_2 = \sqrt{v_{2u}^2 + v_{2m}^2} = 319,7 \text{ m/s}$$

La figure 31 schématise le triangle des vitesses.

La variation d'enthalpie absorbée par le compresseur est :

$$\Delta H_t = u_2 v_{2u} = 107\,737 \text{ J/kg}$$

ce qui provoque un échauffement :

$$\Delta T_{t \text{ réel}} = \frac{\Delta H_t}{c_p} = 107,25 \text{ K}$$

d'où la température à la sortie de la machine :

$$T_{ts} = T_{te} + \Delta T_{t \text{ réel}} = 395,4 \text{ K}$$

Comme il n'y a pas de variation d'enthalpie dans les parties statiques de la machine, cette température est également la température de sortie de la roue, soit $T_{t2} = 395,4 \text{ K}$.

La température statique à la sortie de la roue T_2 est alors :

$$T_2 = T_{t2} - \frac{v_2^2}{2c_p} = 395,4 - \frac{(319,7)^2}{2 \times 1004,5} = 344,5 \text{ K}$$

ce qui permet de calculer le nombre de Mach absolu à la sortie de la roue :

$$Ma_2 = \frac{v_2}{\sqrt{\gamma r T_2}} = 0,859$$

L'échauffement isentropique de la roue est donné par :

$$\Delta T_{t \text{ is roue}} = \eta_R \Delta T_{t \text{ réel}} = 101,89 \text{ K}$$

Le taux de compression de la roue est donc :

$$\tau_R = \frac{p_{t2}}{p_{te}} = \left(1 + \frac{\Delta T_{t \text{ is roue}}}{T_{te}}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \left(1 + \frac{101,89}{288,15}\right)^{3,5} = 2,885$$

ce qui conduit à :

$$p_{t2} = \tau_R p_{te} = 292\,323 \text{ Pa}$$

Par la loi de Saint-Venant, on peut obtenir :

$$p_2 = \frac{p_{t2}}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma_2^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} = 180\,562 \text{ Pa}$$

soit enfin :

$$\rho_2 = \frac{p_2}{r T_2} = 1,826 \text{ kg/m}^3$$

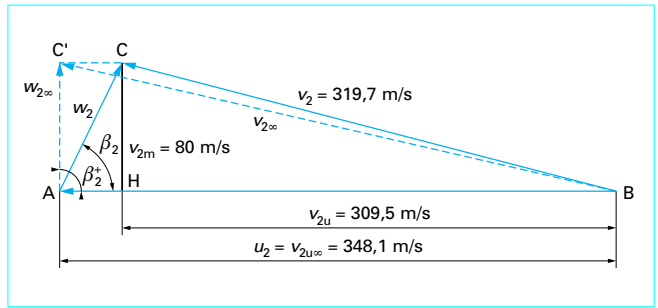


Figure 31 – Exemple d'un compresseur d'air centrifuge : triangle des vitesses à la sortie de la roue

Nous pouvons maintenant retrouver les grandeurs utiles : débit-masse, taux de compression global, rendement global et puissance absorbée.

Le débit-masse est :

$$q_m = \rho_2 s_2 v_{2m} = \rho_2 (2\pi R_2 \ell_2) v_{2m} = 5,95 \text{ kg/s}$$

Les vitesses étant faibles à la sortie de la machine, on peut dans une première approximation confondre p_s et p_{ts} . Soit, à l'aide du coefficient de récupération du diffuseur C_p tel que :

$$C_p = \frac{p_s - p_2}{p_{t2} - p_2}$$

on peut déterminer :

$$p_{ts} = p_2 + C_p (p_{t2} - p_2) = 253\,207 \text{ Pa}$$

donc :

$$\tau = \frac{p_{ts}}{p_{te}} = 2,499$$

L'échauffement isentropique global :

$$\Delta T_{t \text{ is}} = T_{te} \left(\tau^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right) = 86,18 \text{ K}$$

permet de calculer le rendement global :

$$\eta = \frac{\Delta T_{t \text{ is}}}{\Delta T_{t \text{ réel}}} = 0,803$$

Enfin, la puissance absorbée pour la compression est donnée par :

$$P = q_m c_p \Delta T_{t \text{ réel}} = 641 \text{ kW}$$

3.3 Aérodynamique des machines axiales

3.3.1 Grandeurs caractéristiques

D'une façon générale, la coupe d'une machine axiale est conforme à la figure 32a, avec les triangles des vitesses correspondants (figure 32b). Dans certaines machines simplifiées, le redresseur n'existe pas.

En appliquant le théorème d'Euler, la variation d'enthalpie totale est égale à :

$$\Delta H_t = u_2 v_{2u} - u_1 v_{1u}$$

avec, dans le cas des machines à entrée axiale :

$$\Delta H_t = u_2 v_{2u}$$

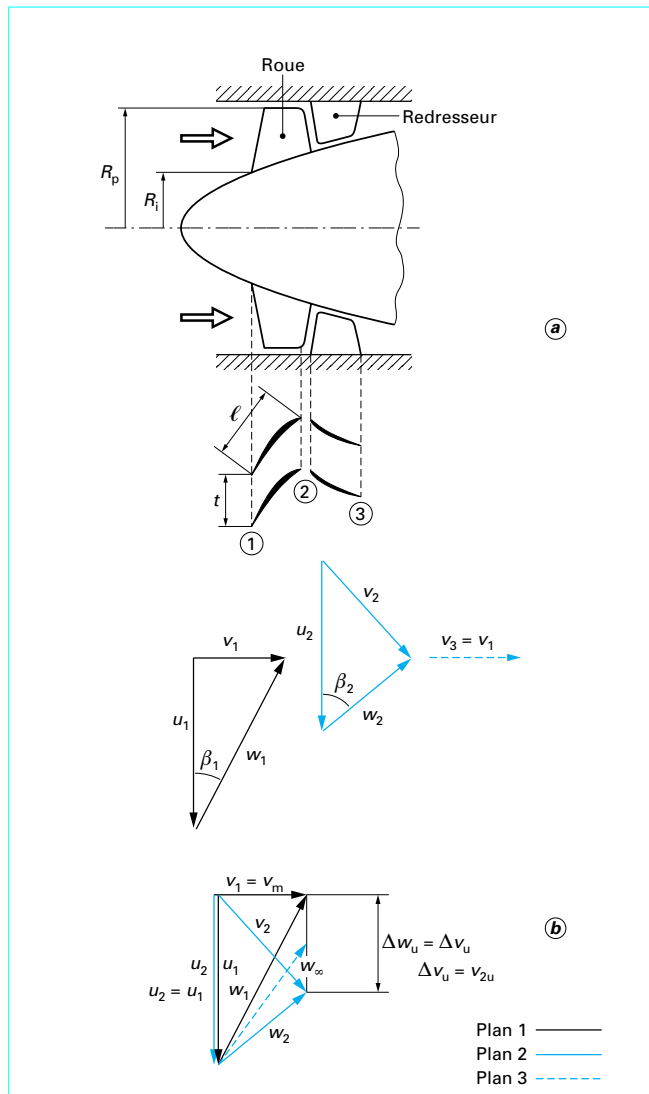


Figure 32 - Coupe et triangles des vitesses d'une machine axiale

Toutefois, il existe une autre manière d'exprimer ce théorème, équivalente à la précédente, en écrivant :

$$\Delta H_t = \frac{1}{2} (u_2^2 - u_1^2) + \frac{1}{2} (w_1^2 - w_2^2) + \frac{1}{2} (v_2^2 - v_1^2)$$

Si l'on regarde la coupe de la tête d'une machine axiale, on voit que $u_2 = u_1$ et donc :

$$\Delta H_t = \frac{1}{2} (w_1^2 - w_2^2) + \frac{1}{2} (v_2^2 - v_1^2)$$

La compression est donc due :

— au ralentissement dans la roue en vitesse relative :

$$\frac{1}{2} (w_1^2 - w_2^2)$$

— au ralentissement dans le redresseur en vitesse absolue :

$$\frac{1}{2} (v_2^2 - v_1^2)$$

et si le fluide se retrouve avec la même vitesse à la sortie qu'à l'entrée (étage périodique), alors $v_3 = v_1$ et ce ralentissement a aussi pour expression :

$$\frac{1}{2} (v_2^2 - v_1^2)$$

Pour avoir un bon rendement, plusieurs grandeurs sont caractéristiques :

— le **degré de réaction**, c'est-à-dire le rapport compression roue sur compression totale :

$$\frac{\frac{1}{2} (w_1^2 - w_2^2)}{u_2 v_{2u}} \text{ rapport compris entre } 1/2 \text{ et } 1$$

— le **facteur de vitesse axiale** :

$$v_1/u_1 \text{ rapport de l'ordre de } 1/2$$

— le **rapport de moyeu** :

$$R_i/R_p \text{ rapport de l'ordre de } 1/2$$

Si R_i/R_p est voisin de 1, l'influence du jeu est trop grande.

Si R_i/R_p est voisin de 0, les triangles des vitesses en tête (périphérie) et en pied (moyeu) sont trop différents.

La variation de v_{2u} en fonction du rayon R est également intéressante. En effet, pour avoir un bon compresseur, il faut qu'il comprime autant en périphérie qu'au moyeu, donc :

$$(u_2 v_{2u})_p = (u_2 v_{2u})_i$$

mais :

- en périphérie, u_2 est grand donc v_{2u} petit (faible déviation) ;
- au moyeu, u_2 est petit donc v_{2u} grand (forte déviation).

Remarquons enfin que, d'après la construction des triangles des vitesses (figure 32b), la déviation absolue v_{2u} appelée également Δv_u est égale à la déviation relative Δw_u tandis que la vitesse débitante $v_1 = v_m$ peut être rendue à peu près constante à travers la machine.

■ **Recherche d'un rendement de veine optimal** : effectuons cette étude sur la roue et le lecteur la transposera aisément au redresseur puisque le problème est de même nature.

Les indications générales données plus haut suffisent en un premier temps à déterminer les triangles des vitesses ; on peut aussi, à la suite d'expériences antérieures, se fixer la profondeur de corde ℓ , mais combien de pales faut-il prévoir ? S'il y a trop peu de pales, il y a un risque de décollement et s'il y a trop de pales, les frottements sont exagérés.

Soit C_z le **coefficient de portance d'une pale**, défini comme pour une aile d'avion (cf. article [6], dans le traité Sciences fondamentales).

On démontre la relation suivante :

$$C_z \frac{\ell}{t} = \frac{2 \Delta w_u}{w_\infty}$$

- avec
- Δw_u déviation tangentielle,
 - w_∞ vitesse moyenne vectorielle entre w_1 et w_2 ,
 - ℓ corde du profil,
 - t pas (distance circonférentielle entre deux profils).

En inversant la formule, on obtient :

$$t = \frac{\ell C_z w_\infty}{2 \Delta w_u}$$

ce qui permet de déterminer le nombre des pales :

$$z = \frac{2\pi R}{t} = \frac{4\pi R \Delta w_u}{\ell C_z w_\infty}$$

Arrivé à ce niveau de l'étude, le rendement de l'aubage est sous la dépendance du **facteur de diffusion** D^* et du nombre de Mach d'attaque Ma . Plus précisément, on peut dire que l'accroissement d'enthalpie totale servant réellement à la compression ΔH_{is} peut être mis sous la forme :

$$\Delta H_{is} = \frac{1}{2}k_p(w_1^2 - w_2^2) + \frac{1}{2}k'_p(v_2^2 - v_1^2) + \frac{1}{2}(u_2^2 - u_1^2)$$

k_p (roue) et k'_p (redresseur) étant tous deux plus petits que 1, et $(1 - k_p)$ ainsi que $(1 - k'_p)$ représentant les pertes de profil.

On exprime le facteur de diffusion D^* pour la roue par l'expression suivante :

$$D^* = 1 - \frac{w_2}{w_1} + \frac{\Delta w_u}{2w_1} \times \frac{t}{\ell}$$

terme de ralentissement terme de déviation

Il intègre les difficultés que le fluide doit combattre à la fois pour se ralentir et pour se dévier.

Les courbes de la figure 33, qui n'ont qu'une valeur indicative, donnent un exemple de l'évolution des pertes $(1 - k_p)$ [ou $(1 - k'_p)$] en fonction du facteur de diffusion D^* pour plusieurs nombres de Mach, les faibles facteurs de diffusion correspondant à des aubages peu chargés et les très forts à des aubages très chargés.

On voit bien sur cette figure que les aubages doivent être suffisamment chargés pour réduire les frottements sans travail utile, mais qu'ils ne doivent pas l'être trop afin d'éviter les décollements puisque les courbes passent par un minimum pour $D^* = 0,37$. On voit également que les pertes augmentent aux nombres de Mach élevés, ce qui est dû à la dégradation causée par les ondes de choc.

Naturellement, il faut ajouter à ces pertes de profil quelques petites pertes supplémentaires tenant compte de la valeur exacte des jeux, des frottements de disques et des pertes mécaniques.

■ **Calcul des écarts flux/profil** : les filets fluides ne suivant pas parfaitement les *squelettes* (lignes moyennes) des pales, la figure 34 donne toutes les indications, dans le cas d'une roue, pour calculer l'écart flux/profil :

$$\delta^* = \beta_2^+ - \beta_2 = m(C + i) \sqrt{\frac{t}{\ell}}$$

avec :

$$m = 0,23 \left(\frac{2a}{\ell}\right)^2 + 0,1 \left(\frac{90 - \beta_2}{50}\right) + 0,5 Ma^2$$

On doit souvent surcourber les pales de 10 % environ pour obtenir la déviation nécessaire.

3.3.2 Cas des ventilateurs

Dans un même encombrement et à la même vitesse de rotation, les ventilateurs centrifuges fournissent un taux de compression plus élevé que les compresseurs axiaux mais aussi des débits plus faibles.

Dans l'exemple du paragraphe 2.1.1, il s'agissait d'un ventilateur centrifuge qui avait au point d'adaptation un invariant de pression $\mu = 0,615$ avec un invariant de débit $\delta = 0,151$.

En prenant, par exemple, une roue d'un diamètre de 300 mm tournant à 2 000 tr/min ($\omega = 2\pi N/60$ et $u = \omega R_2 = 31,41$ m/s), on obtient une surpression :

$$\Delta p = p_{ts} - p_{te} = \rho u^2 \mu = 743 \text{ Pa (75,8 mm CE)}$$

avec un débit : $q_v = u R_2^2 \delta = 0,106 \text{ m}^3/\text{s (381,6 m}^3/\text{h)}$.

Lorsque l'on désire un fort débit et une faible surpression, il est plus économique d'avoir recours aux ventilateurs axiaux, qui travaillent, par exemple, avec des invariants μ de l'ordre de 0,15 et des invariants δ allant jusqu'à 1,2.

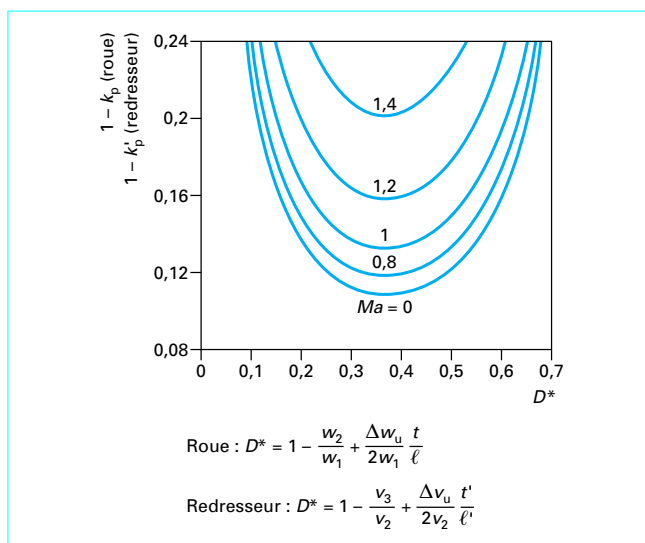


Figure 33 – Évolution des pertes en fonction du facteur de diffusion pour plusieurs nombres de Mach

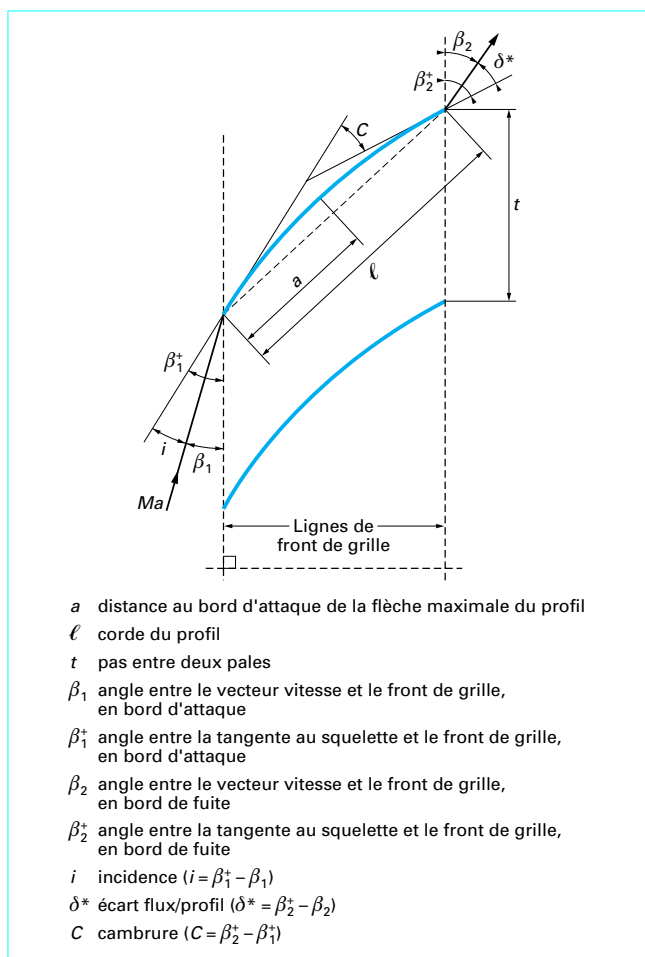
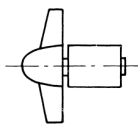
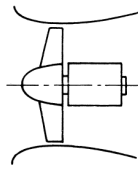
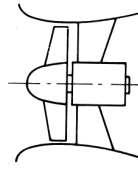


Figure 34 – Écart flux/profil dans le cas d'une roue de machine axiale

Tableau 2 – Principaux types de ventilateurs axiaux.

Forme	 non caréné (hélice)	 caréné, sans redresseur	 caréné, avec redresseur
Rendement.....	0,6	0,7	0,8
Pertes par frottement.....	oui	oui	oui
Pertes en bout de pales	élevées	faibles	faibles
Pertes par giration résiduelle	oui	oui	non

Ainsi, notre ventilateur de 300 mm de diamètre tournant à 2 000 tr/min aura une surpression de 181 Pa (18,5 mm CE) avec un débit de 0,848 m³/s (3 053 m³/h).

Il existe trois types principaux de ventilateurs axiaux suivant qu'il existe ou non un carénage ou un redresseur (tableau 2).

Exemple : effectuons l'avant-projet d'un ventilateur de voiture correspondant au type caréné sans redresseur.

Soit un ventilateur de diamètre extérieur $D_p = 0,3$ m, soit $R_p = 0,15$ m et $R_i = 0,075$ m ($R_i/R_p = 0,5$) et supposons qu'il tourne à 2 000 tr/min soit, comme précédemment, $u_1 = 31,41$ m/s.

Si l'on choisit pour avoir un bon rendement (§ 3.3.1) un facteur de vitesse axiale $\frac{v_m}{u_1} = 0,5$ en périphérie, on a :

$$v_m = 0,5u_1 = 15,70 \text{ m/s}$$

Le débit est alors :

$$q_v = sv_m = \pi(R_p^2 - R_i^2) v_m = 0,832 \text{ m}^3/\text{s} \text{ (2 996 m}^3/\text{h)}$$

correspondant à un invariant de débit δ tel que :

$$\delta = \frac{q_v}{u_1 R_p^2} = 1,18$$

En prenant un invariant de pression μ de 0,15, on a :

$$\Delta p = \rho u_1^2 \mu = 181,3 \text{ Pa}$$

La variation d'enthalpie isentropique est alors :

$$\Delta H = \frac{\Delta p}{\rho} = 148 \text{ J/kg}$$

et si l'on admet en première approximation un rendement de 0,7, il vient :

$$\Delta H_{\text{réel}} = \frac{148}{0,7} = 211,4 \text{ J/kg.}$$

Pour ne pas alourdir l'exposé, effectuons les calculs de triangles des vitesses et de dimensionnement au rayon moyen. Ce rayon moyen R_m est généralement défini par le fait qu'il laisse autant de section à l'extérieur qu'à l'intérieur soit :

$$\pi(R_p^2 - R_m^2) = \pi(R_m^2 - R_i^2) \text{ ou encore } 2R_m^2 = R_p^2 + R_i^2$$

soit :

$$R_m^2 = \frac{R_p^2 + R_i^2}{2}$$

Dans notre cas, $R_m = 0,119$ m avec $u_m = \omega R_m = 24,92$ m/s.

De ces valeurs, on déduit directement les triangles des vitesses à l'entrée de la roue (plan 1, figure 35a).

À la sortie de la roue (plan 2, figure 35b), on a :

$$v_{2u} = \frac{\Delta H_{\text{réel}}}{u_2} = \frac{211,4}{24,92} = 8,48 \text{ m/s}$$

soit :

$$(w_{2u})_m = (u_2 - v_{2u})_m = 16,44 \text{ m/s}$$

On peut en déduire également :

$$\Delta w_u = w_{1u} - w_{2u} = 8,48 \text{ m/s}$$

et :

$$w_m = \sqrt{v_m^2 + \left(\frac{w_{1u} + w_{2u}}{2}\right)^2} = 25,96 \text{ m/s}$$

Le nombre de pales z peut également être déterminé avec :

$$t = \frac{\ell Cz w_m}{2 \Delta w_u}$$

Pour avoir un bon rendement, on peut prendre une corde de l'ordre de grandeur de la hauteur de pale soit $\ell = 0,075$ m et un coefficient Cz d'environ 0,8 ; on a donc :

$$t = 0,0918 \text{ soit } z = \frac{2\pi R_m}{t} = 8,14 \text{ arrondi à } z = 8 \text{ pales.}$$

Le calcul du rendement effectué au moyen des règles indiquées au paragraphe 1.8 donne pour cette tranche $\eta = 0,74$ alors que l'on est parti d'un rendement de 0,70 (tableau 2). Pour avoir une plus grande précision dans la détermination des grandeurs intérieures de la machine ainsi que du rendement, on refera le calcul à partir de la valeur $\eta = 0,74$.

La puissance absorbée est de l'ordre de :

$$P = \frac{q_v \Delta p}{\eta} = \frac{0,832 \times 181,3}{0,74} \approx 204 \text{ W}$$

3.3.3 Cas des compresseurs subsoniques et transsoniques

Un *compresseur subsonique* est un compresseur dans lequel la vitesse du son par rapport aux parois n'est jamais atteinte ($Ma < 1$). Le *compresseur transsonique* est celui dans lequel on a $Ma > 1$ en périphérie d'une section mais $Ma < 1$ au moyeu de cette même section. On appelle *compresseur supersonique* celui dans lequel $Ma > 1$ est atteint dans la totalité d'une section.

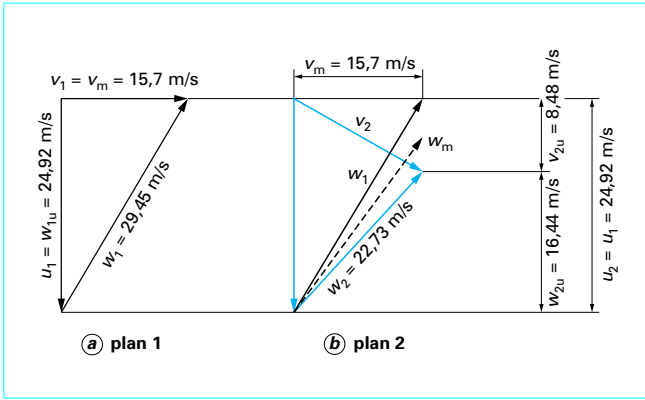


Figure 35 – Exemple d’un ventilateur axial de voiture (caréné sans redresseur) : triangles des vitesses

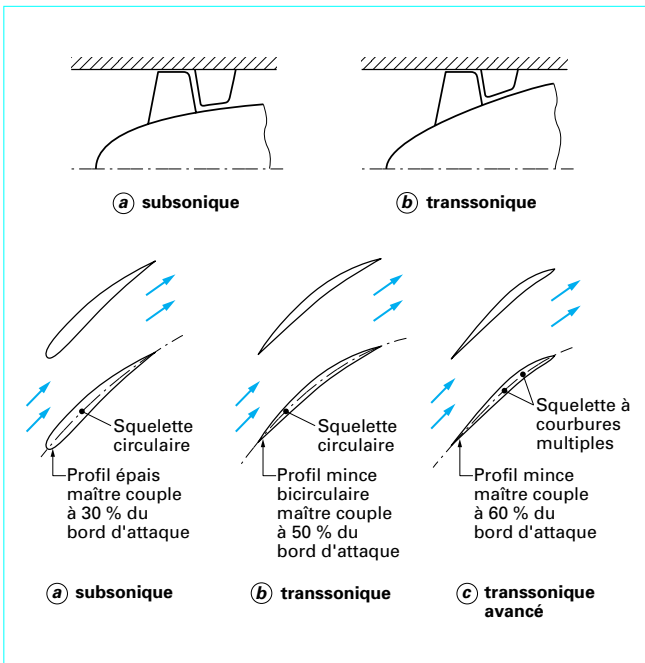


Figure 36 – Compresseurs axiaux subsonique et transsoniques : coupe et profil des pales

La figure 36 donne les différences de morphologie entre les deux types de compresseurs. Comme il est d’usage de conserver la même vitesse axiale dans le compresseur, le compresseur transsonique, qui comprime beaucoup plus que le compresseur subsonique, doit avoir une section de sortie plus faible et, comme la méridienne externe est généralement parallèle à l’axe, cela conduit à une méridienne interne plus inclinée dans le compresseur transsonique (figure 36b).

Les compresseurs transsoniques permettent d’atteindre des taux de compression supérieurs à 1,6 par étage en air tout en maintenant des rendements supérieurs à 0,8. Pour obtenir des rendements de cet ordre, les coefficients de portance C_z et de diffusion D^* doivent être un peu plus faibles que pour les compresseurs subsoniques.

Exemple : calcul des caractéristiques d’un compresseur d’air axial transsonique de données suivantes :

- rayons $R_1 = R_2 = 0,1$ m
- vitesse $N = 35\,000$ tr/min
- entrée axiale $Ma(v_1) = 0,7$
- pression totale à l’aspiration $p_{t1} = 101\,325$ Pa
- température totale à l’aspiration $T_{t1} = 288,15$ K (15 °C)
- corde de la roue $\ell = 60$ mm
- calage à l’entrée de la roue $\beta_1^+ = 33^\circ$
- calage à la sortie de la roue $\beta_2^+ = 51^\circ$
- nombre de pales de la roue $z = 14$

■ **Caractéristiques à l’entrée de la roue (plan 1)**

Vitesse angulaire :

$$\omega = \frac{2\pi N}{60} = 3\,665 \text{ rad/s}$$

Vitesse périphérique :

$$u_1 = u_2 = \omega R_1 = 366,5 \text{ m/s}$$

Température :

$$T_1 = T_{t1} \frac{1}{1 + 0,2 Ma(v_1)^2} = 262,4 \text{ K}$$

ce qui permet de déduire la célérité du son :

$$c_1 = \sqrt{\gamma r T_1} = 324,7 \text{ m/s} \text{ avec } r = 287 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$$

d’où :

$$v_m = v_1 = c_1 Ma(v_1) = 227,3 \text{ m/s}$$

et l’on supposera cette vitesse débitante constante à travers toute la machine.

Le triangle des vitesses est donné à la figure 37 avec :

$$u_1 = 366,5 \text{ m/s}$$

$$v_1 = 227,3 \text{ m/s}$$

$$w_1 = 431,3 \text{ m/s} \text{ et } Ma(w_1) = 1,33$$

et :

$$\tan \beta_1 = \frac{v_1}{u_1} = 0,62 \text{ soit } \beta_1 = 31,8^\circ$$

$$i_1 = \beta_1^+ - \beta_1 = 1,2^\circ$$

$$t = \frac{2\pi R_2}{z} = 0,044 \text{ 9 m}$$

■ **Caractéristiques à la sortie de la roue (plan 2)**

En supposant, dans une première approximation, $\beta_2 = \beta_2^+$ et dans le cas d’un profil circulaire ($a = \ell/2$), on peut calculer l’écart flux/profil δ^* :

$$m = 0,23 \left(\frac{2a}{\ell}\right)^2 + 0,1 \left(\frac{90 - \beta_2}{50}\right) + 0,05 Ma^2(w_1) = 0,396$$

donc :

$$\delta^* = m(C + i) \sqrt{\frac{t}{\ell}} = 6,6^\circ$$

À l’aide de cette première valeur de δ^* , on peut calculer une deuxième approximation, soit :

$$\beta_2 = \beta_2^+ - \delta^* = 44,4^\circ$$

d’où $m = 0,42$, $\delta^* = 6,9^\circ$ et $\beta_2 = 44,1^\circ$ valeur à laquelle on s’arrêtera.

Il est maintenant possible de compléter le triangle des vitesses (figure 37) avec :

$$\begin{aligned} EF &= \frac{DE}{\tan \beta_2} = 234,5 \\ FG &= u_2 = u_1 = 366,5 \\ EG &= FG - EF = 132 \end{aligned}$$

d'où :

$$\begin{aligned} w_2 &= 326,6 \text{ m/s} \\ v_2 &= 262,8 \text{ m/s} \\ \alpha_2 &= 59,8^\circ \end{aligned}$$

et w_∞ a pour module $\frac{\overline{w_1} + \overline{w_2}}{2} = 379 \text{ m/s}$

Vérifions au passage le coefficient de portance C_z de la roue avec :

$$C_z = \frac{2\Delta w_u}{w_\infty} \cdot \frac{t}{\ell} = \frac{2(BC - EF)}{w_\infty} \cdot \frac{t}{\ell} = 0,52 < 0,8 \text{ donc acceptable.}$$

La variation d'enthalpie à travers la roue est :

$$\Delta H_t = u_2 v_{2u} = 48\,378 \text{ J/kg}$$

ce qui conduit à un échauffement :

$$T_{12} - T_{11} = \frac{\Delta H_t}{c_p} = 48,16 \text{ K [avec } c_p = 1\,004,5 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)]}$$

d'où :

$$T_{12} = 336,3 \text{ K}$$

Avec $T_2 = T_{12} - \frac{v_2^2}{2c_p}$, on obtient $T_2 = 302 \text{ K}$.

$$c_2 = \sqrt{\gamma r T_2} = 348,3 \text{ m/s d'où } Ma(v_2) = \frac{v_2}{c_2} = 0,75$$

L'étude concernant le redresseur est semblable et, ainsi que le lecteur pourra le vérifier, le redresseur a été conçu pour que la sortie soit axiale.

● Arrivés au terme de cette étude, nous pouvons rechercher les valeurs du rendement et du taux de compression de l'étage :

$$\eta = \frac{\Delta H_{is}}{\Delta H_{réel}} \text{ et } \tau = \left(1 + \frac{\Delta H_{is}}{c_p T_{11}}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$\Delta H_{réel} = \frac{1}{2}(w_1^2 - w_2^2) + \frac{1}{2}(v_2^2 - v_1^2) = 48\,375 \text{ J/kg}$$

(on retrouve bien $\Delta H = u_2 v_{2u}$)

Pour le calcul de ΔH_{is} , il faut d'abord calculer les facteurs de diffusion D^* pour déterminer les coefficients k_p et k'_p d'après la figure 33.

Pour la roue :

$$D^* = 1 - \frac{w_2}{w_1} + \frac{\Delta w_u t}{2 w_1 \ell} = 0,357$$

avec $Ma(w_1) \approx 1,33$, on obtient : $1 - k_p = 0,18$ d'où $k_p = 0,82$.

Pour le redresseur :

$$D^* = 1 - \frac{v_3}{v_2} + \frac{\Delta v_u t'}{2 v_2 \ell'} = 0,366$$

avec $Ma(v_2) = 0,75$, on obtient : $1 - k'_p = 0,12$ d'où $k'_p = 0,88$.

Ainsi :

$$\Delta H_{is} = \frac{1}{2} k_p (w_1^2 - w_2^2) + \frac{1}{2} k'_p (v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Delta H_{is} = 40\,190 \text{ J/kg}$$

d'où :

$$\tau = \left(1 + \frac{40\,190}{1\,004,5 \times 288,15}\right)^{3,5} = 1,576$$

$$\eta = \frac{40\,190}{48\,375} = 0,83$$

3.4 Exemple général

■ Données du problème

On recherche comment ventiler un banc d'essai de moteur alternatif ; la puissance mécanique maximale fournie par ce moteur à combustion interne est supposée égale à 200 kW et on admet que la puissance thermique échangée par les parois du moteur (convection et rayonnement) est égale à 15 % de la puissance mécanique, soit environ 30 kW. On désire de plus que l'air de ventilation, qui peut entrer à 30 °C en été, ne ressorte pas du banc à une température supérieure à 40 °C.

■ Débit du ventilateur

Le débit-masse est donné par :

$$q_m = \frac{P}{c_p \Delta T} = \frac{30\,000}{1\,004,5 \times 10} = 2,986 \text{ kg/s}$$

En supposant la pression ambiante égale à 101 325 Pa, la masse volumique de l'air à 40 °C est :

$$\rho = \frac{p}{rT} = \frac{101\,325}{287 \times 313} = 1,128 \text{ kg/m}^3$$

d'où $q_v = \frac{q_m}{\rho} = 2,647 \text{ m}^3/\text{s}$ (ou 9 529 m³/h, nombre que l'on arrondit à 10 000 m³/h, soit 2,78 m³/s).

■ Surpression du ventilateur

Pour calculer la surpression Δp_t du ventilateur, il nous faut déjà faire un schéma d'ensemble de l'installation tel qu'il est indiqué à la figure 38 en se fixant une vitesse usuelle de 3 m/s dans le caisson d'entrée du ventilateur ; cela donne une section :

$$s = q_v / v = 0,882 \text{ m}^2,$$

soit une gaine de 0,94 m × 0,94 m, dimensions que nous approchons par une section de 1 m × 1 m. Cela nous permet de calculer les pertes de charge de chaque élément, soit :

À l'entrée du ventilateur		À la sortie du ventilateur	
grillage g_1	10 Pa	sortie cabine	10 Pa
registre	10 Pa	section refoulement	5 Pa
filtre	200 Pa	sortie ventilateur	345 Pa
insonorisation	40 Pa	grille de répartition	70 Pa
grillage g_2	40 Pa	insonorisation	40 Pa
entrée cabine	20 Pa	grillage g_3	10 Pa
total :	320 Pa	total :	480 Pa

La surpression totale à fournir par le ventilateur est donc : 320 + 480 = 800 Pa.

■ Choix du ventilateur

a) Un ventilateur axial est possible, mais tournant à 4 500 tr/min et du fait de la forte surpression nécessaire, il serait bruyant.

(À même vitesse, le ventilateur axial donne un taux de compression plus faible que le compresseur centrifuge. Pour atteindre le même taux de compression, le ventilateur axial devra tourner plus vite).

b) Un ventilateur à aubes couchées en avant convient, mais il a un mauvais rendement.

c) Un ventilateur à aubes couchées en arrière de dimension moyenne convient parfaitement.

d) Un ventilateur à aubes en arrière de grandes dimensions a un rendement encore meilleur mais au prix d'un investissement plus lourd.

Finalement, optons pour le type c à deux ouïes et transmission par courroies dont les caractéristiques surpression/débit ainsi que le diagramme de puissance sont donnés à la figure 39.

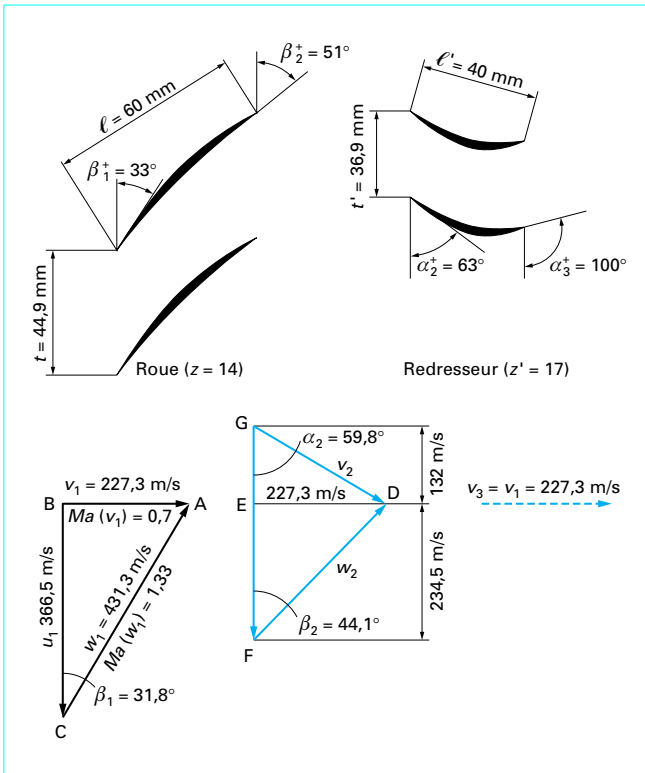


Figure 37 – Exemple d'un compresseur axial transsonique : forme des profils et triangles des vitesses au rayon extérieur

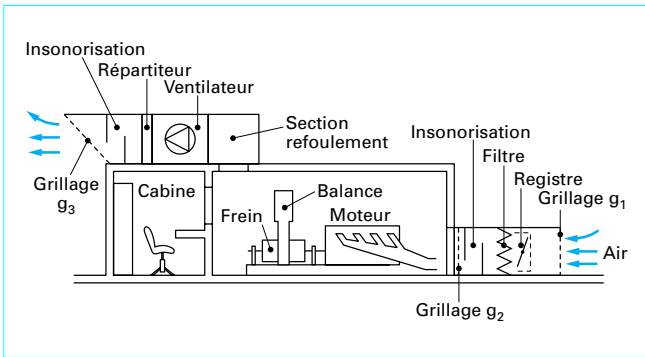


Figure 38 – Schéma de l'installation de ventilation d'un banc d'essai de moteur alternatif

Pour $q_v = 2,78 \text{ m}^3/\text{s}$ et $\Delta p_t = 800 \text{ Pa}$, on voit sur la figure 39 que la vitesse de rotation doit être : $N = 2\,450 \text{ tr/min}$ et la puissance $P = 3 \text{ kW}$ (point M).

À cette puissance, il faut ajouter environ 5 % de pertes dans la transmission, soit 0,15 kW et, au total, la puissance mécanique à fournir par le moteur électrique qui entraîne le ventilateur est donc 3,15 kW.

On voit également sur la figure 39 que le point de fonctionnement correspond à un rendement de 0,73. Ce point n'est pas très bien placé par rapport à l'optimum, mais il reste éloigné de la ligne de pompage (d'où son intérêt).

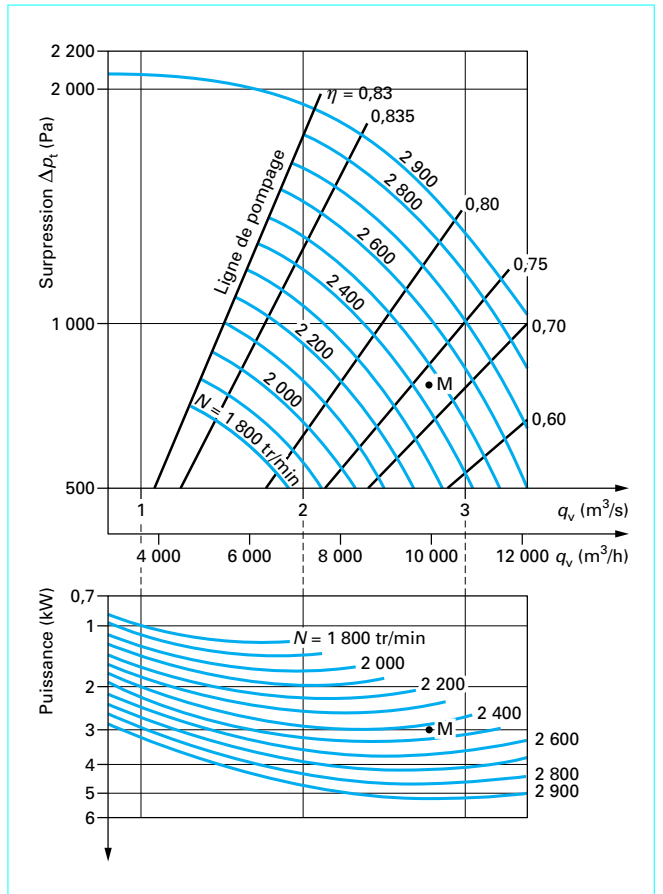


Figure 39 – Caractéristiques surpression/débit et puissance/débit d'un ventilateur à deux aubes et aubes couchées en arrière

3.5 Résistance des rotors : pales et disques

3.5.1 Choix des matériaux

On se limitera ici aux problèmes spécifiques des turbomachines. En ce qui concerne le rotor, la principale qualité requise est le rapport de la résistance à la rupture R_p à la masse volumique, soit $q = R_p/\rho$.

Examinons, en effet, le cas d'un anneau tournant (figure 40a). Un élément de cet anneau est en équilibre sous l'action :

— de la force centrifuge :

$$M \frac{u^2}{R} \text{ avec } M = \rho(R\theta e \ell)$$

soit :

$$\rho u^2(\theta e \ell)$$

— de la projection sur le rayon OA de la résistance \mathcal{N} de la matière (figure 40b), soit :

$$2\left(\mathcal{N} \sin \frac{\theta}{2}\right) \approx \mathcal{N} \theta$$

avec $\mathcal{N} = \sigma e \ell$

d'où :

$$\mathcal{N} \theta = \sigma(\theta e \ell)$$

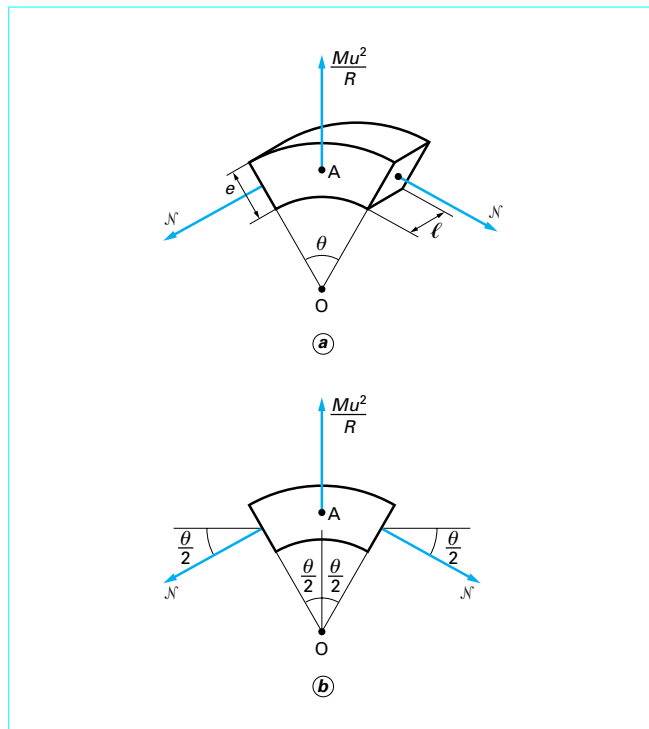


Figure 40 – Équilibre des forces dans un élément d'anneau tournant

En égalant ces deux forces, on obtient :

$$\sigma(\theta e \ell) = \rho u^2(\theta e \ell)$$

d'où :

$$\sigma = \rho u^2 \text{ ou } u^2 = \frac{\sigma}{\rho}$$

La vitesse limite à laquelle on peut tourner est donc :

$$u_{lim} = \sqrt{\frac{R_p}{\rho}}$$

Dans le tableau 3, les principaux matériaux sont classés suivant ce critère.

Dans le cas d'un **mobile de forme quelconque** on a toujours :

$$u_{lim} = k \sqrt{\frac{R_p}{\rho}}$$

avec u_{lim} vitesse périphérique,
 k coefficient à déterminer par le calcul (tableau 3).

Cela ne change donc pas le classement des matériaux.

Naturellement, au point de fonctionnement nominal, il faudra choisir une contrainte σ nettement inférieure à la résistance à la rupture R_p du matériau pour tenir compte de la dispersion des caractéristiques, de l'imperfection de l'estimation des contraintes, de l'hétérogénéité et de l'anisotropie des matériaux, des phénomènes de fatigue, etc.

Le calcul précédent a été rendu très facile du fait que l'élément de matériau n'était sollicité que suivant une seule direction que nous appellerons x et par une contrainte normale σ_x .

Dans le cas, fréquent en turbomachines, où l'élément de matière est soumis à trois contraintes normales σ_x , σ_y et σ_z selon les directions x , y et z , il faut définir une contrainte de traction pure équivalente, qui est selon Von Mises :

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2}{2}}$$

Si, par exemple, $\sigma_x = \sigma_y = \sigma$ et $\sigma_z = 0$, on a $\sigma_{eq} = \sigma$ (deux contraintes de traction égales σ_x et σ_y sont équivalentes à une traction unique de même valeur).

3.5.2 Contraintes dans les pales

On se contentera de calculer ici les contraintes centrifuges (les plus importantes).

Pour chaque section, on calcule la section s et la position du centre de gravité G (figure 41a) ; au dessin, on aligne les centres de gravité sur un rayon, pour éviter les moments de flexion (ce centre de gravité peut être en dehors de la pale).

Tableau 3 – Classement des matériaux en fonction de la vitesse limite.

Nature du matériau	R_p (MPa)	ρ (kg/m ³)	$u_{lim} = \sqrt{R_p/\rho}$ (m/s)	Usages
Fonte malléable	380	7 800	220	Roues de pompes et de turbine à eau
Fonte à graphite sphéroïdal	450	7 800	240	
Bronze	570	8 000	267	
Bronze au nickel	710	8 000	298	
Acier 17/4/PH ou 35NCD 16 ou ATGW 2	1 300	7 850	407	Roues de compresseurs, turbines à vapeur et turbines à gaz Centrifugeuses et applications spéciales
Alliages d'aluminium A-U2GN	450	2 700	408	
Acier maraging	1 850	8 000	481	
Titane TA6V	1 100	4 400	500	
Carbone haute résistance	1 000	1 550	803	
Fibre de verre	1 900	2 120	946	
Kevlar	1 800	1 330	1 163	

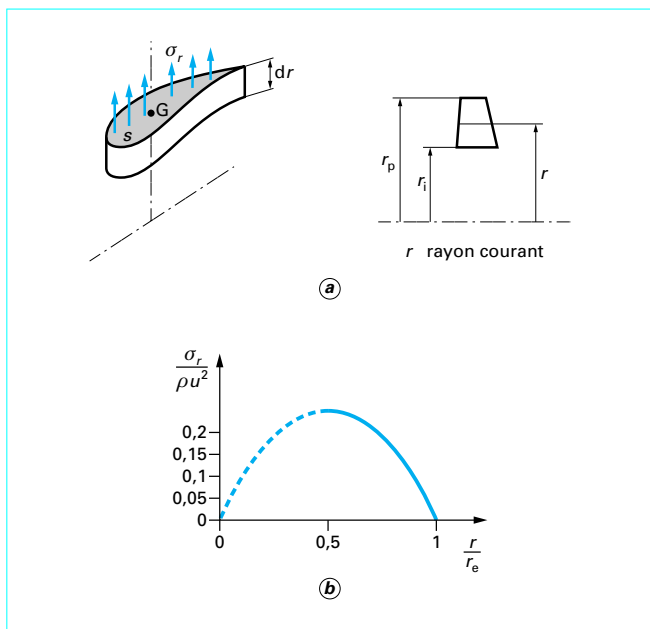


Figure 41 – Contraintes centrifuges dans les pales

La force sur un élément de hauteur dr est alors :

$$dF = d(m\omega^2 r) = \rho s \omega^2 r dr$$

À l'extrémité libre de la pale (rayon r_e), la contrainte radiale dans la pale σ_r est nulle.

La force au rayon quelconque r est alors :

$$F = \int_r^{r_e} \rho s \omega^2 r dr$$

et la contrainte est :

$$\sigma = \frac{F}{s(r)}$$

Exemple : soit une pale de section $s_i = 10 \text{ cm}^2$ en pied ($r_i = 10 \text{ cm}$) et $s_e = 5 \text{ cm}^2$ en tête ($r_e = 20 \text{ cm}$), à variation progressive de section de telle sorte que $s = s_e r_e / r$.

On obtient :

$$F = \int_r^{r_e} \rho s_e \frac{r_e}{r} \omega^2 r dr = \rho s_e r_e^2 \omega^2 \left(1 - \frac{r}{r_e}\right)$$

d'où

$$\sigma_r = \frac{F}{s_e \frac{r_e}{r}} = \rho \omega^2 r_e^2 \frac{r}{r_e} \left(1 - \frac{r}{r_e}\right)$$

La courbe de contrainte est représentée à la figure 41b, en posant $u = \omega r_e$; la contrainte est maximale pour $r/r_e = 0,5$, soit $r = r_i$ (pied de pale) et sa valeur est $\sigma_r = \frac{1}{4} \rho u^2$.

On donne, à la figure 42, la valeur de la section et la position du centre de gravité pour trois types de profils.

3.5.3 Contraintes dans les disques du rotor

Nous n'examinerons ici, pour donner une idée des phénomènes, que le cas des disques d'épaisseur constante, pleins ou percés d'un

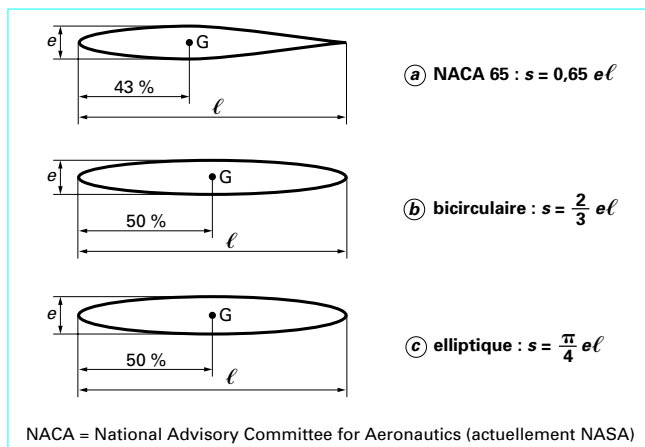


Figure 42 – Caractéristiques de quelques profils de pales

trou au centre. Nous disposons, pour résoudre le problème, de trois sortes d'équations.

■ Équations de l'élasticité

$$\begin{cases} \epsilon_r = \frac{1}{E} (\sigma_r - \nu \sigma_\theta) \\ \epsilon_\theta = \frac{1}{E} (\sigma_\theta - \nu \sigma_r) \end{cases}$$

Elles relient les déformations aux contraintes et sont caractérisées par la présence de deux coefficients :

- le module d'Young $E \begin{cases} 196\,000 \text{ MPa} \text{ pour les aciers,} \\ 75\,000 \text{ MPa} \text{ pour les alliages d'aluminium ;} \end{cases}$
- le coefficient de Poisson $\nu \begin{cases} 0,27 \text{ pour les aciers,} \\ 0,34 \text{ pour les alliages d'aluminium.} \end{cases}$

■ Équations de compatibilité

$$\begin{cases} \epsilon_r = \frac{dr^*}{dr} \\ \epsilon_\theta = \frac{r^*}{r} \\ \epsilon_\theta - \epsilon_r + r \frac{d\epsilon_\theta}{dr} = 0 \end{cases}$$

r^* est défini par le fait qu'un point A du disque de rayon r avant rotation devient un point A' de rayon $(r + r^*)$ après rotation.

■ **Équations d'équilibre :** les projections des forces sur le rayon (figure 43) sont :

$$\begin{aligned} \text{pour BC : } & -r\theta h\sigma_r \\ \text{pour DE : } & r\theta h\sigma_r + \frac{d}{dr} (r\theta h\sigma_r) dr \\ \text{pour EC : } & -\sigma_\theta h dr \sin \frac{\theta}{2} \\ \text{pour DB : } & -\sigma_\theta h dr \sin \frac{\theta}{2} \end{aligned}$$

dans le volume $d(m\omega^2 r) = \rho r \theta h \omega^2 r dr$.

On en déduit l'équation :

$$\frac{d}{dr} (r\sigma_r) - \sigma_\theta + \rho \omega^2 r^2 = 0$$

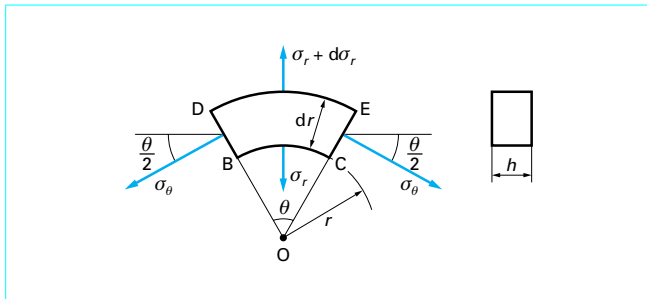


Figure 43 – Projections des forces sur le rayon d'un disque de rotor d'épaisseur constante

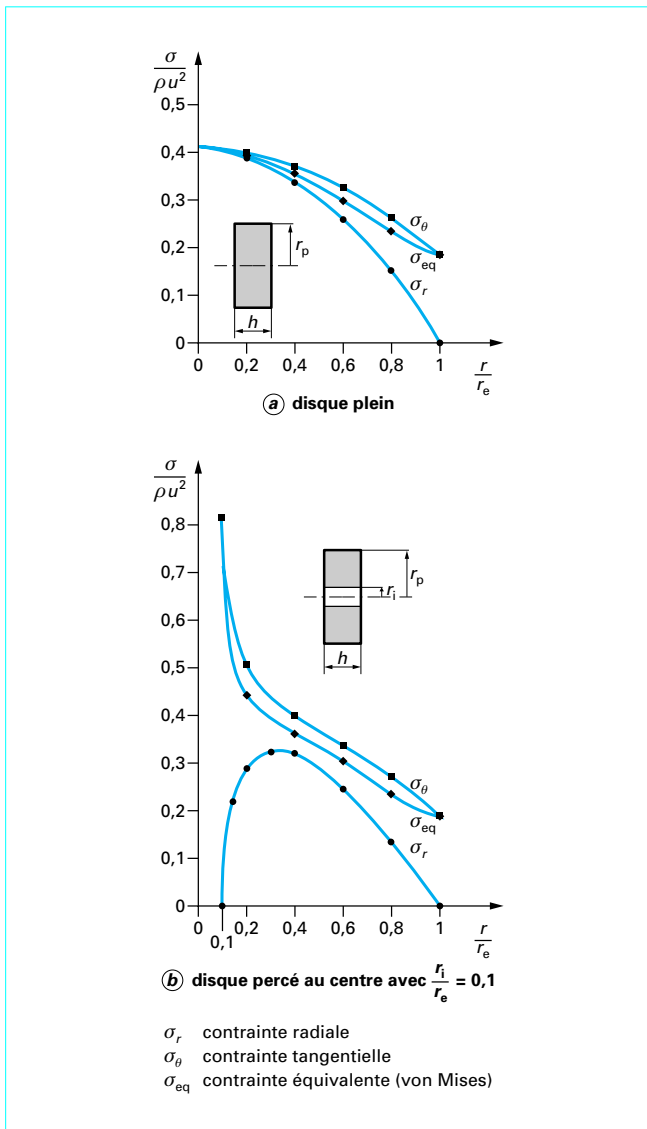


Figure 44 – Contraintes dans un disque plein ou percé au centre et non chargé en périphérie [3]

L'intégration de cette expression a été effectuée sur les figures 44a et b, respectivement pour un disque plein et un disque percé en son centre (disques non chargés en périphérie).

■ On peut formuler les remarques suivantes

- L'allure des courbes de contraintes est très différente pour un disque plein et pour un disque percé d'un trou, même petit.

Pour le **disque plein**, les contraintes σ_r et σ_θ sont maximales au centre et égales en ce point ($\sigma/\rho u^2 = 0,41$) ; elles décroissent régulièrement lorsqu'on s'éloigne du centre ; σ_r s'annule à la périphérie puisque l'on a supposé que le disque n'était pas chargé à la jante (même lorsqu'une couronne de pales charge le disque à la jante, cela ne change guère l'allure des courbes).

Pour le **disque percé**, σ_θ est maximale au petit rayon r_i et sa valeur est le double de celle du disque plein ($\sigma_\theta/\rho u^2 = 0,82$ au lieu de 0,41) ; σ_θ décroît ensuite graduellement pour retrouver pour $r/r_e = 1$ à peu près la même valeur que pour le disque plein (environ 0,19). σ_r part de 0 pour le rayon intérieur, passe par un maximum ($\sigma_r/\rho u^2 = 0,33$), puis décroît jusqu'à 0 pour $r/r_e = 1$.

- On remarque que la contrainte équivalente (au total, c'est la seule qui a vraiment de l'intérêt) est élevée vers le centre et faible vers la périphérie. On conçoit donc que, pour rendre le niveau de contraintes plus homogène, on ait intérêt à épaissir le disque vers le centre pour y réduire les tensions. Cela conduit naturellement à la forme indiquée dans le tableau 4 : disque plein de forme optimale.

- Du point de vue des contraintes, on peut classer les diverses formes comme indiqué dans le tableau 4.

3.6 Vibrations des pales. Équilibrage. Vitesses critiques

3.6.1 Vibrations des pales

Tout peut vibrer : les pales, les corps, les disques, les arbres, mais les vibrations de pales sont les plus fréquentes et les vibrations d'arbres les plus dangereuses ; aussi nous limiterons-nous à ces deux aspects.

Calculons les pales par la méthode approchée de Rayleigh ; relativement simple, elle est basée sur le fait que dans un mouvement oscillatoire l'énergie cinétique maximale est égale à l'énergie potentielle maximale. L'énergie potentielle est maximale dans les positions où la déflexion est la plus grande et l'énergie cinétique est maximale dans la position neutre où la vitesse est la plus élevée.

Pour une pale (figure 45), l'expression de la déflexion à un instant donné est de la forme :

$$Y = y \sin \omega t$$

avec y déflexion maximale et ω fréquence de vibration de la pale.

L'énergie cinétique maximale est telle que :

$$dW_{cin} = \frac{1}{2} d(m \omega^2 y^2) = \frac{1}{2} \rho \omega^2 s y^2 dx$$



$$W_{cin} = \frac{1}{2} \rho \omega^2 \int_0^l s(x) \cdot y^2(x) dx$$

L'expression de l'énergie potentielle dans le cas d'une poutre est un peu plus complexe et les formules de résistance des matériaux donnent :

$$dW_{pot} = \frac{1}{2} \frac{\mathcal{K}^2}{EI} dx$$

- E module d'Young (§ 3.5.3),
- I moment d'inertie par rapport à un axe perpendiculaire au plan de la figure 45,
- \mathcal{K} moment fléchissant dans la section s.

Tableau 4 – Classement des diverses formes de disques en fonction des contraintes

Forme du disque		Niveau des contraintes	$\frac{\sigma}{\rho u^2}$	$k = \sqrt{\frac{\rho u^2}{\sigma}}$
	anneau mince	contraintes très élevées	1	1
	disque troué	contraintes élevées	0,82	1,104
	disque plein d'épaisseur constante	contraintes moyennes	0,41	1,56
	disque plein de forme optimale	contraintes modérées	0,3	1,8
	pale tournante	contraintes faibles	0,25	2

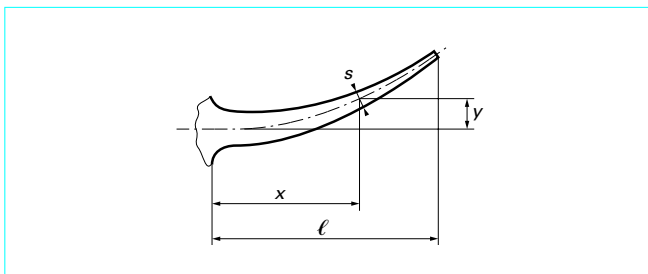


Figure 45 – Vibration de pale : grandeurs caractéristiques

Avec $\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{\rho k}{EI}$, on peut écrire :

$$dW_{pot} = \frac{1}{2} EI \left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right)^2 dx$$

$$W_{pot} = \frac{1}{2} EI \int_0^\ell \left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right)^2 dx$$

Ainsi, l'égalité des énergies cinétique et potentielle maximales permet d'obtenir :

$$\omega^2 = \frac{\frac{1}{2} EI \int_0^\ell \left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right)^2 dx}{\frac{1}{2} \rho \int_0^\ell s(x) \cdot y^2(x) dx}$$

La section et l'inertie de la pale sont connues mais la déformée $y(x)$ ne l'est pas : on peut inventer une déformée vraisemblable, et il se trouve que le résultat obtenu se rapproche beaucoup de la solution exacte. Pour qu'une déformée soit vraisemblable, il faut par exemple que l'on ait :

$y = 0$ pour $x = 0$ (la pale est attachée au pied)

$\frac{dy}{dx} = 0$ pour $x = 0$ (la pale est en général encastree au pied)

$\frac{d^2 y}{dx^2} = 0$ pour $x = \ell$ (le moment fléchissant est nul en bout de pale)

La solution $y = y_0 \left(1 - \cos \frac{\pi x}{2\ell} \right)$ convient. On obtient :

$$W_{pot} = \frac{\pi^4 EI}{64 \ell^2} y_0^2$$

$$W_{cin} = \rho s \omega^2 y_0^2 \ell^2 \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{\pi} \right)$$

et en égalant ces expressions, on obtient :

$$\omega^2 = \frac{\pi^4}{64} \cdot \frac{EI}{\ell^4 \rho s} \cdot \frac{1}{\frac{3}{4} - \frac{2}{\pi}}$$

soit :

$$\omega = 3,66 \sqrt{\frac{EI}{\rho s \ell^4}}$$

Le calcul exact, très difficile, donne 3,52 au lieu de 3,66.

En fait, une pale peut vibrer d'une infinité de façons qu'on appelle des *modes* ; si l'on prend comme formule :

$$\omega_n = a_n \sqrt{\frac{EI}{\rho s \ell^4}}$$

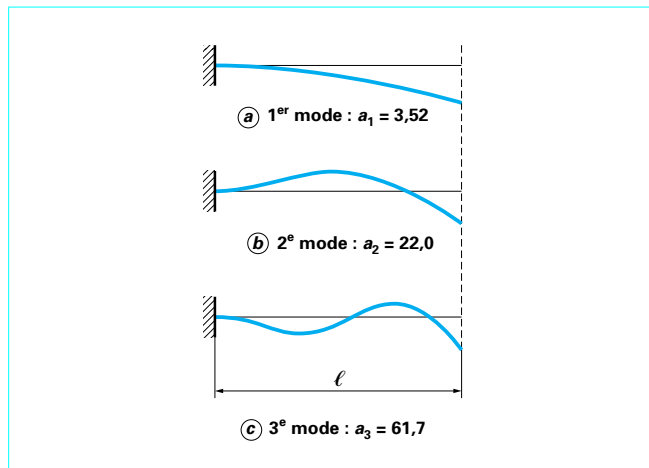


Figure 46 – Schémas des déformées de pale pour les trois premiers modes de vibrations

On peut calculer les cinq premiers modes avec :

- $a_1 = 3,52$
- $a_2 = 22,0$
- $a_3 = 61,7$
- $a_4 = 121,0$
- $a_5 = 200,0$

Les schémas des déformées pour les trois premiers modes sont donnés sur la figure 46.

Les modes d'ordre élevé sont en général amortis. Enfin, sur une pale tournante, il y a un effet de raidissement par la force centrifuge qui élève la fréquence.

3.6.2 Efforts axiaux et radiaux dans les turbomachines

Lorsque la machine n'est pas verticale, les paliers sont d'abord soumis à des **efforts radiaux fixes dus au poids** et déterminés par les règles de la statique, soit, dans le cas représenté à la figure 47 :

$$\begin{cases} \text{palier côté roue} : F_1 = + 2Mg \\ \text{autre palier} : F_2 = - Mg \end{cases}$$

Ces forces sont seules en jeu si le mobile est parfaitement équilibré (un axe principal d'inertie confondu avec l'axe de rotation).

Dans le cas contraire, on s'approche de l'équilibre le mieux possible, par apport ou enlèvement de matière, et l'on peut dire qu'il reste alors à la vitesse de rotation :

- des forces tournantes égales au poids si le mobile a subi un équilibrage très soigné ;
- des forces tournantes égales à dix fois le poids si le mobile a subi seulement un équilibrage grossier.

À ces forces radiales s'ajoutent des **forces axiales** qui comprennent une part due au poids si la machine n'est pas horizontale et une part due aux forces de pression de l'ordre, pour un étage, de :

$$F_a = K(\pi R_p^2) (\rho_{ts} - \rho_{te})$$

avec K coefficient voisin de 0,1.

Ce paragraphe est utile pour le dimensionnement des paliers et des butées (cf. articles spécialisés dans ce traité).

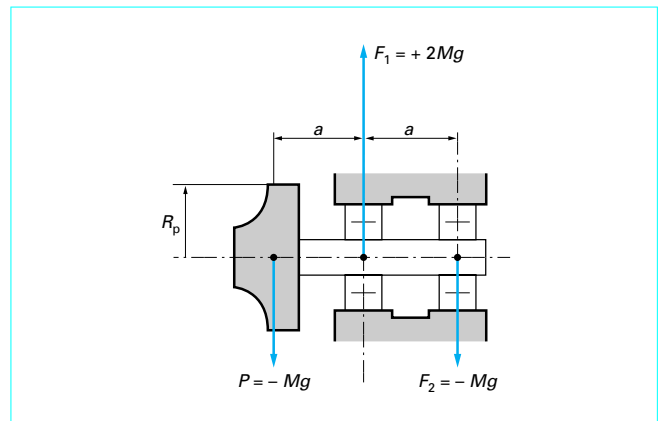


Figure 47 – Efforts axiaux et radiaux dans une turbomachine

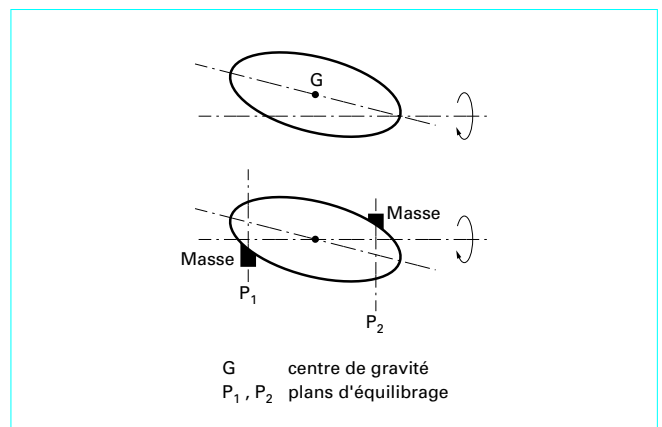


Figure 48 – Équilibrage d'un mobile tournant

3.6.3 Équilibrage et vitesses critiques du mobile tournant (arbre + roue)

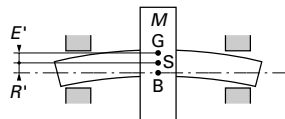
Nota : Le lecteur pourra se reporter à l'article [9] dans ce traité pour plus de détails.

Lorsque l'on étudie les conditions d'équilibre du mobile indéformable tournant autour d'un axe (figure 48), on trouve que :

- la résultante générale des forces d'inertie n'est nulle que si le centre de gravité est sur l'axe de rotation ;
- le moment résultant des forces d'inertie n'est nul que si l'axe de rotation est un des trois axes principaux d'inertie du solide ; dans le cas contraire, il faudra ajouter (ou enlever) de petites masses dans deux plans P_1 et P_2 , appelés *plans d'équilibrage*, afin de réduire les balourds aux valeurs les plus faibles possible ; la force tournante due à un balourd étant $m\omega^2 r$, ce balourd est exprimé par le produit d'une masse par une longueur.

L'opération d'équilibrage s'effectue d'une façon relativement automatique au moyen d'une machine appelée *équilibruse dynamique*. Dans une telle machine, le corps en rotation est monté sur des supports de paliers souples, qui vibrent fortement sous l'effet des défauts d'équilibrage. On estime l'équilibrage terminé lorsque, par l'action des masses correctrices, ces vibrations ont beaucoup diminué.

Considérons d'abord le cas le plus simple d'un arbre souple supportant une masse unique M (figure 49)



- B tracé de la base de rotation dans le plan médian
- G centre de gravité
- S centre géométrique du disque
- E' excentricité
- R' déflexion de l'arbre

Figure 49 – Position du centre de gravité dans le mobile tournant déformable

La force centrifuge est : $M\omega^2 (R' + E')$.

La force de rappel est : kR' .

Ces deux forces devant être égales, on a :

$$M\omega^2 R' + M\omega^2 E' = kR'$$

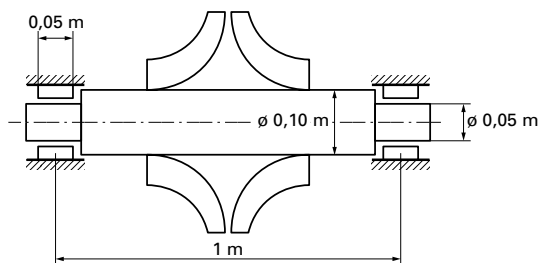
soit $R' = E' \frac{\omega^2}{\frac{k}{M} - \omega^2} = E' \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}$ en posant $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{M}}$.

L'excentricité E' est reliée au balourd par l'expression :

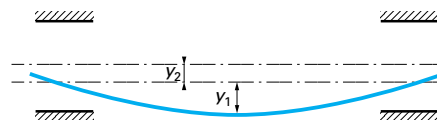
$$E' = \frac{mr \text{ (balourd)}}{M \text{ (masse)}}$$

On voit que la déflexion R' de l'arbre, d'abord faible pour les petites vitesses de rotation, croît indéfiniment lorsqu'on s'approche de

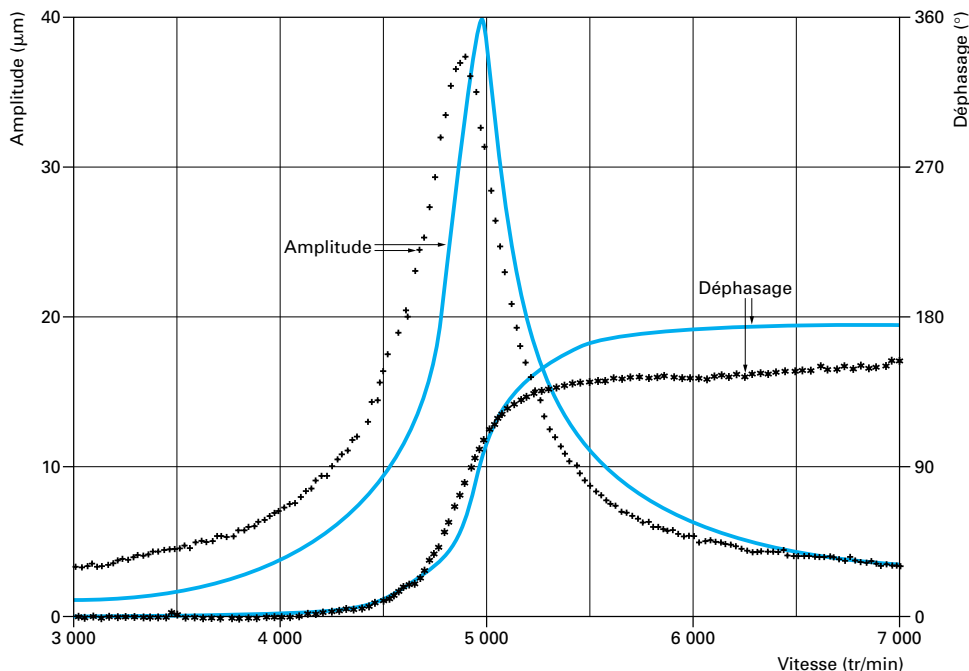
$$\omega = \omega_n, \text{ soit } N = \frac{60}{2\pi} \omega_n.$$



(a) données géométriques



(b) déformations y₁, y₂



(c) amplitude et phase de vibration en fonction de la vitesse

***** expérience
 ——— théorie
 avec E' = 2 µm
 amplitude = module de R'
 déphasage = phase de R'

Figure 50 – Réponse au balourd d'un mobile tournant de caractéristiques données

C'est cette vitesse que l'on appelle la *première vitesse critique*. Si l'on augmente la vitesse de rotation au-delà de cette première vitesse critique (en admettant que l'on ait pour la franchir un très bon équilibrage $E' = 0$), on rencontre d'autres vitesses critiques ; comme pour les modes de vibrations des pales, celles-ci correspondent à des déformées de l'arbre plus complexes que celle représentée à la figure 49.

On ne maîtrise vraiment bien la notion de vitesse critique que si l'on est capable de connaître, à toute vitesse de rotation, la déformée consécutive à un balourd déterminé. Il faut pour cela faire une analyse moins schématique que précédemment en introduisant l'**amortissement**.

La relation $kR' = M\omega^2(R' + E')$ aurait pu s'écrire également vectoriellement [3] :

$$k\vec{R}' + M\frac{d^2}{dt^2}(\vec{R}' + \vec{E}') = \vec{0}$$

En présence d'amortissement, cette relation devient :

$$k\left(\vec{R}' + \tau_a \frac{d\vec{R}'}{dt}\right) + M\frac{d^2}{dt^2}(\vec{R}' + \vec{E}') = \vec{0}$$

$\tau_a \frac{d\vec{R}'}{dt}$ représentant le terme d'amortissement.

Avec $\vec{R}' = R'e^{j\omega t}$, on obtient :

$$R'\left(\frac{k}{M} + \frac{k\tau_a}{M}j\omega - \omega^2\right) = \omega^2 E'$$

En posant $\frac{k}{M} = \omega_n^2$ et $\frac{k\tau_a}{M\omega_n} = 2z$, on obtient :

$$R'\left[1 + 2zj\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right) - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right] = E'\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2$$

soit finalement :

$$\frac{R'}{E'} = \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}{1 + 2zj\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right) - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}$$

Exemple : calcul de la première vitesse critique d'un mobile tournant et de la réponse au balourd, avec les caractéristiques suivantes (figure 50a) :

- masse $M = 110$ kg ;
- arbre en acier ($E = 196\,000$ MPa) de diamètre $d = 0,1$ m ;
- paliers à patins à huile de diamètre d_p et de largeur $\ell_p = 0,050$ m et de jeu radial : $a = 50$ μ m ;
- distance entre paliers : $\ell = 1$ m ;
- viscosité de l'huile : $\mu = 21 \times 10^{-3}$ Pa · s.

Appelons k la raideur globale, k_1 la raideur propre de l'arbre et k_2 la raideur d'un des paliers (figure 50b) tels que :

$$k = \frac{F}{y_1 + y_2}$$

avec $y_1 = \frac{F}{k_1}$; $y_2 = \frac{F}{2k_2}$

soit :

$$k = \frac{F}{\frac{1}{k_1} + \frac{1}{2k_2}}$$

On connaît k_1 par les formules de résistance des matériaux pour une poutre sur deux appuis chargée en son centre :

$$I = \frac{\pi}{64}d^4 = 4,91 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

$$k_1 = \frac{48EI}{\ell^3} = 46\,193\,280 \text{ N/m}$$

et k_2 par la relation suivante (relation valable pour les paliers à patins) :

$$k_2 = \frac{0,151\mu u d_p \ell_p^2}{a^3}$$

avec u vitesse périphérique de l'arbre.

En admettant que la première vitesse critique se situe au voisinage de 5 000 tr/min (issue d'une première approximation dans laquelle on a supposé k_2 infini), on a :

$$u = \frac{2\pi N}{60} \times \frac{d_p}{2} = 13,08 \text{ m/s}$$

d'où :

$$k_2 = \frac{0,151\mu u d_p \ell_p^2}{a^3} = 41\,476\,680 \text{ N/m}$$

On en déduit :

$$k = \frac{1}{\frac{1}{k_1} + \frac{1}{2k_2}} = 29,67 \times 10^6$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{M}} = 519,4 \text{ soit } N \approx 4\,960 \text{ tr/min}$$

Choisissons $z = 1/40$, valeur courante donnée par l'expérience pour ce genre de machine et de paliers.

La réponse au balourd en amplitude et en phase est donnée sur la figure 50c, ainsi que celle d'une machine réelle (avec $E' = 2$ μ m). On voit ainsi que la similitude d'allure entre la théorie et l'expérience est très convaincante.