

Convection thermique et massique

Nombre de Nusselt : partie 2

par **Jacques PADET**

Professeur à l'université de Reims

1. Géométries simples	BE 8 207 – 2
1.1 Convection mixte externe	– 2
1.1.1 Cylindre	– 2
1.1.2 Plaque plane immobile	– 3
1.1.3 Plaque plane en mouvement.....	– 4
1.2 Convection mixte interne.....	– 5
1.2.1 Dans un tube vertical isotherme [43]	– 5
1.2.2 Dans un tube horizontal	– 5
2. Géométries complexes	– 5
2.1 Convection forcée externe	– 6
2.1.1 Faisceau de tubes. Écoulement perpendiculaire	– 6
2.1.2 Faisceau de tubes. Écoulement laminaire axial	– 6
2.2 Convection naturelle externe.....	– 8
2.3 Convection naturelle interne	– 8
2.3.1 Cellule rectangulaire avec partition.....	– 8
2.3.2 Cylindre vertical	– 9
2.4 Convection forcée interne : dérivations en T	– 10
Pour en savoir plus	Doc. BE 8 208

Cet article [BE 8 207] fait suite à l'article [BE 8 206]. Sont données ici les expressions du nombre de Nusselt pour la convection mixte dans les géométries simples et dans les géométries complexes.

Pour les notations et symboles, le lecteur se reportera au tableau donné au début de l'article [BE 8 206].

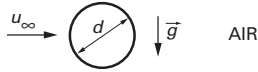
1. Géométries simples

1.1 Convection mixte externe

1.1.1 Cylindre

1.1.1.1 Autour d'un cylindre horizontal

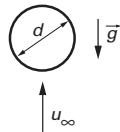
1.1.1.1.1 Écoulement forcé horizontal



Le passage de la convection naturelle à la convection mixte et de cette dernière à la convection forcée dépend des nombres de Grashof et de Reynolds (figure 1).

Les expressions donnant explicitement les variations de Nu en fonction de Gr et Re sont pratiquement inexistantes ; on peut néanmoins citer les courbes (figure 2) obtenues par Sharma et Sukhatme [33].

1.1.1.1.2 Écoulement forcé vertical, d'après [34]



Pour l'air :

$$10^2 \leq Re_d \leq 3 \times 10^3$$

$$2,5 \times 10^4 \leq Gr_d \leq 3 \times 10^5$$

$$19 \text{ mm} \leq d \leq 38 \text{ mm}$$

le nombre de Richardson se définit par :

$$Ri_d = \frac{Gr_d}{Re_d^2}$$

et on obtient $\frac{\overline{Nu}_d}{\overline{Nu}_{d,CF}} = 1 + 0,18 Ri_d - 0,011 Ri_d^2$

avec $\overline{Nu}_{d,CF} = 0,464 Re_d^{1/2} + 4 \times 10^{-4} Re_d$

pour $Ri_d < 0,28 \rightarrow \overline{Nu}_d \approx \overline{Nu}_{d,CF}$.

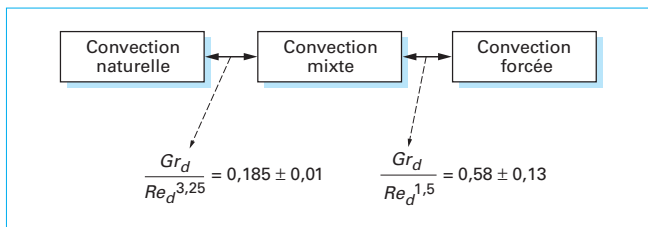


Figure 1 - Passage de la convection naturelle à la convection mixte et de la convection mixte à la convection forcée [33]

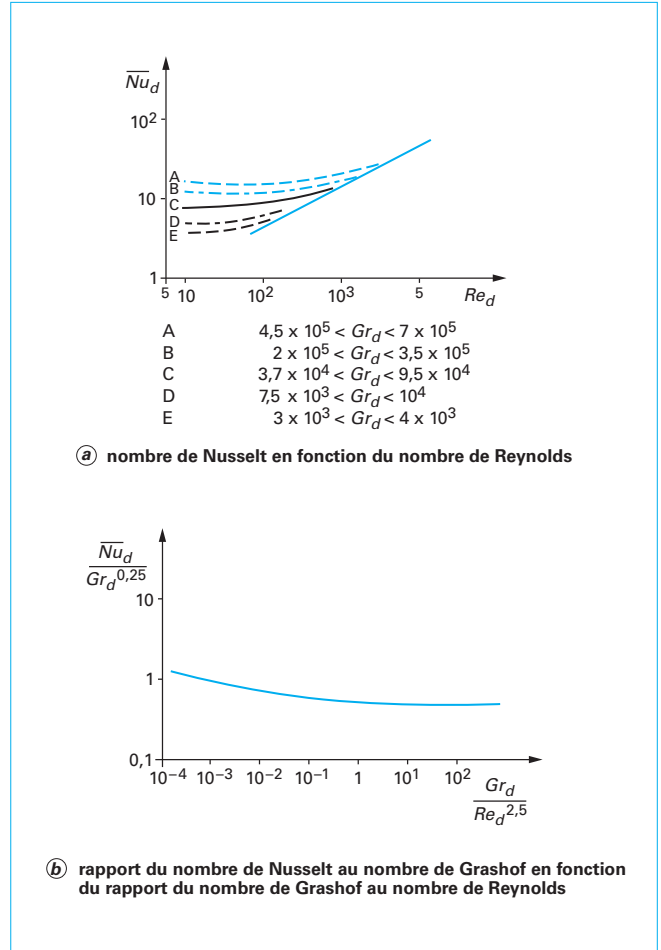
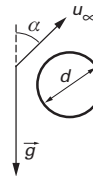


Figure 2 - Courbes obtenues par Sharma et Sukhatme [33]

1.1.1.1.3 Écoulement forcé faisant un angle α quelconque avec la verticale, d'après [35]



Pour l'air :

$$19 \text{ mm} \leq d \leq 38 \text{ mm}$$

La transition entre la convection mixte et la convection forcée est fonction de l'inclinaison α de l'écoulement forcé avec la verticale :

$$\overline{Nu}_d \approx \overline{Nu}_{d,CF} \text{ à } \pm 5 \%$$

si

$$Ri_d < 0,10 \text{ pour } \alpha = 0^\circ$$

$$Ri_d < 0,53 \text{ pour } \alpha = 90^\circ$$

$$Ri_d < 0,04 \text{ pour } \alpha = 135^\circ$$

$$Ri_d < 0,01 \text{ pour } \alpha = 180^\circ.$$

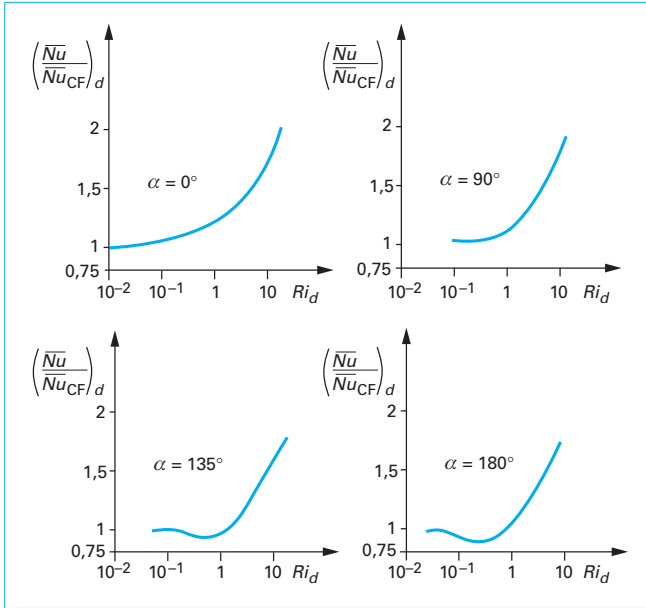


Figure 3 – Rapport du nombre de Nusselt en convection mixte au nombre de Nusselt en convection forcée en fonction du nombre de Richardson

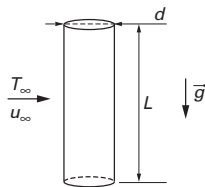
Les quatre courbes de la figure 3 donnent les variations du rapport du nombre de Nusselt en convection mixte au nombre de Nusselt en convection forcée en fonction du nombre de Richardson (Ri_d) pour quatre orientations particulières de l'écoulement forcé.

1.1.1.2 Autour d'un cylindre vertical

Les résultats présentés sont ceux de Young et Ozel [36]. Ils sont relatifs à un écoulement forcé horizontal laminaire et à un cylindre isotherme.

Si $400 < Re_d < 2\ 500$, $10^6 < Gr_L < 10^7$, $0,5 < \frac{L}{d} < 4,5$, $\frac{T_p}{T_\infty} \approx 1,2$

$$\overline{Nu}_d = 0.67 Re_d^{1/3} \left[\left(\frac{d}{L} \right)^4 \frac{Gr_L}{Re_d^2} \right]^{0.15}$$



Si $\left(\frac{L}{d} \right)^4 \frac{Re_d^2}{Gr_L} < 0,1$, la convection naturelle domine.

1.1.2 Plaque plane immobile

1.1.2.1 Écoulement laminaire [4]

L'écoulement forcé se fait le long de la plaque et la convection mixte est dite favorable ou défavorable suivant que les forces d'Archimède assistent ou s'opposent à l'écoulement forcé.

1.1.2.1 Plaque isotherme [37] [38]

$$F_1(Pr) = 0,399 Pr^{1/3} \left[1 + \left(\frac{0,0468}{Pr} \right)^{2/3} \right]^{-1/4}$$

$$F_2(Pr) = \frac{3}{4} Pr^{1/2} |2,5(1 + 2Pr^{1/2} + 2Pr)|^{-1/4}$$

$$F_3(Pr) = \left(\frac{Pr}{5} \right)^{1/5} Pr^{1/2} |0,25 + 1,6Pr^{1/2}|^{-1}$$

$$F_4(Pr) = Pr^{1/2} |0,25 + 1,6Pr^{1/2}|^{-1} \left(\frac{Pr}{5} \right)^{1/5 + C(\alpha)}$$

$$C(\alpha) = 0,070(\cos \alpha)^{1/2}$$

a) Plaque verticale :

$$\frac{Nu_x}{\sqrt{Re_x}} = F_1(Pr) \left[1 \pm \left(\frac{F_2(Pr) Ri_x^{1/4}}{F_1(Pr)} \right)^3 \right]^{1/3}$$

$$\frac{\overline{Nu}_L}{\sqrt{Re_L}} = 2F_1(Pr) \left[1 \pm \left(\frac{2F_2(Pr) Ri_L^{1/4}}{3F_1(Pr)} \right)^3 \right]^{1/3}$$

avec signe + convection mixte aidée (poussée thermique de même sens que la vitesse u_∞),

signe – convection mixte contrariée (poussée thermique de sens contraire à u_∞).

Nota : se reporter en [BE 8 205], § 3.3.2 et en [4].

b) Plaque horizontale : $0,1 \leq Pr \leq 100$

$$\frac{Nu_x}{\sqrt{Re_x}} = F_1(Pr) \left[1 \pm \left(\frac{F_3(Pr) (Gr_x / Re_x^{5/2})^{1/5}}{F_1(Pr)} \right)^3 \right]^{1/3}$$

$$\frac{\overline{Nu}_L}{\sqrt{Re_L}} = 2F_1(Pr) \left[1 \pm \left(\frac{5F_3(Pr) (Gr_L / Re_L^{5/2})^{1/5}}{6F_1(Pr)} \right)^3 \right]^{1/3}$$

avec signe + poussée thermique dirigée de la paroi vers le fluide,

signe – poussée thermique dirigée du fluide vers la paroi.

c) Plaque inclinée : soit α l'inclinaison de la plaque par rapport à la verticale.

• Si $0 \leq \alpha \leq 75^\circ$, on utilise les équations de la plaque verticale en remplaçant :

$$\begin{aligned} Gr_x &\text{ par } Gr_x \cos \alpha \\ Gr_L &\text{ par } Gr_L \cos \alpha \end{aligned}$$

• Si $75^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$, $10^3 \leq Ra_x \leq 10^9$

$$\frac{Nu_x}{\sqrt{Re_x}} = F_1(Pr) \left[1 \pm \left(\frac{F_4(Pr) (Gr_x / Re_x^{5/2})^{1/5} Gr_x^{C(\alpha)}}{F_1(Pr)} \right)^3 \right]^{1/3}$$

$$\frac{\overline{Nu}_L}{\sqrt{Re_L}} = 2F_1(Pr) \left[1 \pm \left(\frac{F_4(Pr) (Gr_L / Re_L^{5/2})^{1/5} Gr_L^{C(\alpha)}}{6 \left[\frac{1}{5} + C(\alpha) \right] F_1(Pr)} \right)^3 \right]^{1/3}$$

avec signe + convection mixte aidée,

signe – convection mixte contrariée.

1.1.2.1.2 Plaque à flux surfacique constant [39]

$$G_1(Pr) = 0,464 Pr^{1/3} \left[1 + \left(\frac{0,0207}{Pr} \right)^{2/3} \right]^{-1/4}$$

$$G_2(Pr) = Pr^{2/5} (4 + 9Pr^{1/2} + 10Pr)^{-1/5}$$

$$G_3(Pr) = \left(\frac{Pr}{6} \right)^{1/6} Pr^{1/2} (0,12 + 1,2Pr^{1/2})^{-1}$$

$$G_4(Pr) = Pr^{1/2} (0,12 + 1,2Pr^{1/2})^{-1} \left(\frac{Pr}{6} \right)^{1/6 + D(\alpha)}$$

$$D(\alpha) = 0,038 (\cos \alpha)^{1/2}$$

$$Gr_x^* = \frac{g \beta \phi_p x^4}{\lambda v^2}$$

a) Plaque verticale :

$$\frac{Nu_x}{\sqrt{Re_x}} = G_1(Pr) \left[1 \pm \left(\frac{G_2(Pr) (Gr_x^* / Re_x^{5/2})^{1/5}}{G_1(Pr)} \right)^3 \right]^{1/3}$$

$$\frac{\overline{Nu}_L}{\sqrt{Re_L}} = 2 G_1(Pr) \left[1 \pm \left(\frac{5 G_2(Pr) (Gr_L^* / Re_L^{5/2})^{1/5}}{8 G_1(Pr)} \right)^3 \right]^{1/3}$$

b) Plaque horizontale :

$$\frac{Nu_x}{\sqrt{Re_x}} = G_1(Pr) \left[1 \pm \left(\frac{G_3(Pr) (Gr_x^* / Re_x^3)^{1/6}}{G_1(Pr)} \right)^3 \right]^{1/3}$$

$$\frac{\overline{Nu}_L}{\sqrt{Re_L}} = 2 G_1(Pr) \left[1 \pm \left(\frac{3 G_3(Pr) (Gr_L^* / Re_L^3)^{1/6}}{4 G_1(Pr)} \right)^3 \right]^{1/3}$$

c) Plaque inclinée : soit α l'inclinaison de la plaque par rapport à la verticale.

• Si $0 \leq \alpha \leq 75^\circ$, on utilise les équations de la plaque verticale en remplaçant :

$$Gr_x^* \text{ par } Gr_x^* \cos \alpha$$

$$Gr_L^* \text{ par } Gr_L^* \cos \alpha$$

• Si $75^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$

$$\frac{Nu_x}{\sqrt{Re_x}} = G_1(Pr) \left[1 \pm \left(\frac{G_4(Pr) (Gr_x^* / Re_x^3)^{1/6} Gr_x^{*D(\alpha)}}{G_1(Pr)} \right)^3 \right]^{1/3}$$

$$\frac{\overline{Nu}_L}{\sqrt{Re_L}} = 2 G_1(Pr) \left[1 \pm \left(\frac{G_4(Pr) (Gr_L^* / Re_L^3)^{1/6} Gr_L^{*D(\alpha)}}{8 \left(\frac{1}{6} + D(\alpha) \right) G_1(Pr)} \right)^3 \right]^{1/3}$$

avec signe + convection mixte aidée,

signe - convection mixte contrariée.

1.1.2.2 Écoulement turbulent

Plaque isotherme [40].

$$10^9 \leq Gr_x \leq 10^{12} \text{ quel que soit } Pr$$

$$5 \times 10^5 \leq Re_x \leq 5 \times 10^6$$

$$F(Pr) = 0,0287 Pr^{0,6}; \quad G(Pr) = \frac{0,150 Pr^{1/3}}{\left[1 + \left(\frac{0,492}{Pr} \right)^{9/16} \right]^{16/27}}$$

$$\frac{Nu_x}{Re_x^{4/5}} = F(Pr) \left[1 + 0,36 \left(\frac{G(Pr)}{F(Pr)} \left(\frac{Gr_x}{Re_x^{12/5}} \right)^{1/3} \right)^{3,1/3} \right]$$

$$\frac{\overline{Nu}_L}{Re_L^{4/5}} = 1,25 F(Pr) \left[1 + 0,36 \left(\frac{G(Pr)}{1,25 F(Pr)} \left(\frac{Gr_L}{Re_L^{12/5}} \right)^{1/3} \right)^{3,1/3} \right]$$

Les résultats pour des plaques planes à flux surfacique constant font défaut.

1.1.3 Plaque plane en mouvement

Écoulement laminaire

La convection mixte externe a lieu le long de la plaque plane en mouvement.

La plaque se déplace à vitesse U_0 , le fluide au loin est immobile, α est l'inclinaison de la plaque par rapport à la verticale.

1.1.3.1 Plaque isotherme [41]

Quel que soit Pr :

$$F_1(Pr) = \frac{0,563 \sqrt{Pr}}{\left[1 + 0,712 \sqrt{\frac{0,02}{Pr}} \right]^3}$$

$$F_2(Pr) = \frac{0,75 \sqrt{Pr}}{\left[2,5(1 + 2\sqrt{Pr} + 2Pr) \right]^{1/4}}$$

$$\frac{Nu_x}{\sqrt{Re_x}} = F_1(Pr) \left[1 \pm \left(\frac{F_2(Pr) (Ri_x \cos \alpha)^{1/4}}{F_1(Pr)} \right)^3 \right]^{1/3}$$

$$\frac{\overline{Nu}_L}{\sqrt{Re_L}} = 2 F_1(Pr) \left[1 \pm \left(\frac{2 F_2(Pr) (Ri_L \cos \alpha)^{1/4}}{3 F_1(Pr)} \right)^3 \right]^{1/3}$$

1.1.3.2 Plaque à flux surfacique constant [41]

Quel que soit Pr :

$$G_1(Pr) = \frac{0,882 \sqrt{Pr}}{\left(1 + 0,77 \sqrt{\frac{0,012}{Pr}} \right)^3}$$

$$G_2(Pr) = \left(\frac{Pr^2}{4 + 9\sqrt{Pr} + 10Pr} \right)^{1/5}$$

$$\frac{Nu_x}{\sqrt{Re_x}} = G_1(Pr) \left[1 \pm \left(\frac{G_2(Pr)}{G_1(Pr)} \left(\frac{Gr_x^* \cos \alpha}{Re_x^{5/2}} \right)^{1/5} \right)^3 \right]^{1/3}$$

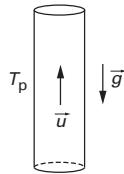
$$\frac{\overline{Nu}_L}{\sqrt{Re_L}} = 2 G_1(Pr) \left[1 \pm \left(\frac{5 G_2(Pr)}{8 G_1(Pr)} \left(\frac{Gr_L^* \cos \alpha}{Re_L^{5/2}} \right)^{1/5} \right)^3 \right]^{1/3}$$

avec signe + convection mixte aidée,
 signe – convection mixte contrariée.
 Les résultats pour des nombres de Reynolds élevés font défaut.

1.2 Convection mixte interne

1.2.1 Dans un tube vertical isotherme [43]

Nota : se reporter en [4].



$$0,7 \leq Pr \leq 7$$

$$10^4 \leq Re_{D_h} \leq 2 \times 10^4$$

$$10^6 \leq Gr_{D_h} \leq 2 \times 10^9$$

$$\overline{Nu}_{D_h} = 0,0115 Re_{D_h}^{0,8} Pr^{1/2} \left[1 + \left[1 - \frac{696}{Re_{D_h}^{0,8}} + \frac{8\,300 Gr_{D_h}}{Re_{D_h}^2 (1 + \sqrt{Pr})} \right]^{0,39} \right]$$

La figure 4 définit les différents régimes de convection (naturelle, mixte et forcée) ainsi que leur transition en fonction des nombres de Reynolds et de Rayleigh.

1.2.2 Dans un tube horizontal

1.2.2.1 Tube isotherme [44]

$$5 \leq Pr \leq 390 \quad 10 \leq Gz \leq 450$$

$$28 \leq \frac{L}{D} \leq 200 \quad 30 \leq Gr_D \leq 2 \times 10^6$$

$$Gz = \frac{\dot{m} c_p}{\lambda L} \quad Gr_D = \frac{g \beta (T_p - T_M) D^3}{\nu^2}$$

$$\overline{Nu}_D \left(\frac{\mu_p}{\mu_b} \right)^{0,14} = 1,75 \left[Gz + 0,12 \left(Gz \sqrt{Gr_D Pr^{0,36}} \right)^{0,88} \right]^{1/3}$$

avec L longueur du tube,
 T_M température de mélange à l'entrée.

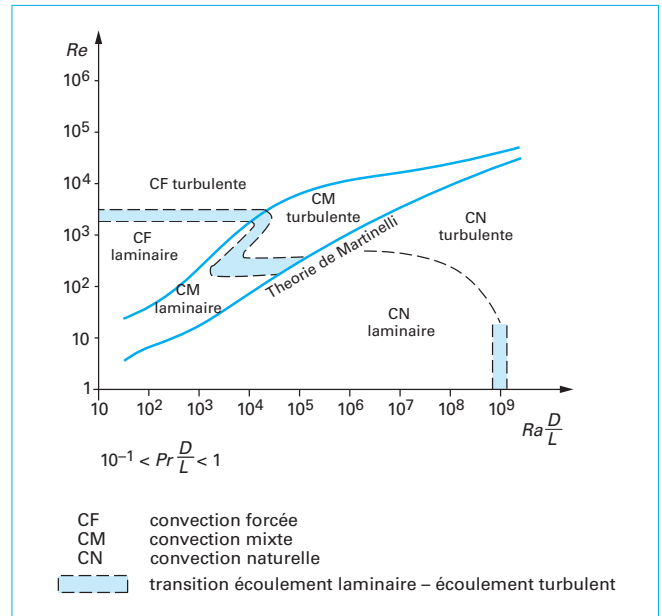
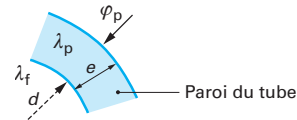


Figure 4 – Régimes de convection, d'après Métais [42]

1.2.2.2 Tube à densité de flux constante [45]



$$4 \leq Pr \leq 175$$

$$3 \times 10^4 \leq Ra^* \leq 10^6$$

$$2 \leq W \leq 66$$

$$Gr^* = \frac{g \beta \varphi_p d^4}{\nu^2 \lambda_f}$$

$$W = \frac{\lambda_f d}{\lambda_p e}$$

$$\overline{Nu}_d = \left[(4,36)^2 + \left[0,145 \left(\frac{Gr^* Pr^{1,35}}{W^{0,25}} \right)^{0,265} \right]^2 \right]^{1/2}$$

La figure 5 donne les différents régimes de convection et leur transition. Pour les régimes les plus importants, nous avons porté sur la figure les relations préconisées par Eckert [42].

2. Géométries complexes

Beaucoup d'expressions numériques du nombre de Nusselt sont données dans le paragraphe 1 de [BE 8 206]. D'autres géométries, non décrites dans ce paragraphe, ont été relevées au cours des recherches bibliographiques et font l'objet de ce paragraphe.

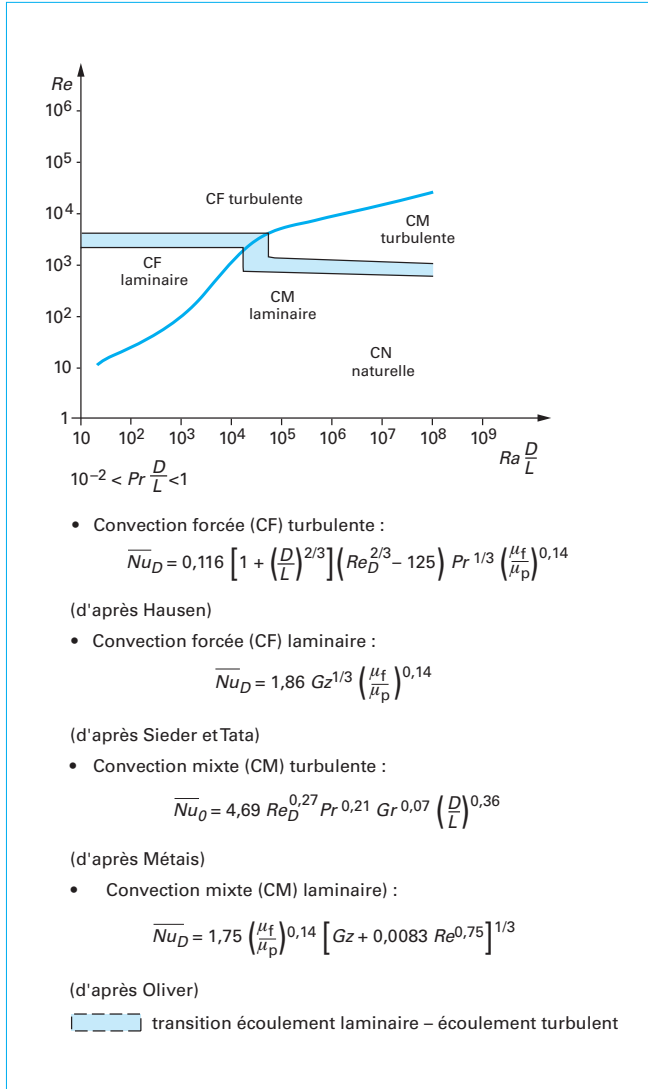


Figure 5 – Écoulement dans les tubes horizontaux. Différents régimes de convection, d'après Eckert [42]

2.1 Convection forcée externe

2.1.1 Faisceau de tubes. Écoulement perpendiculaire

Se reporter à la figure 6.

$$\varepsilon = \frac{X_T X_L - \pi d^2 / 4}{X_T X_L} \quad \beta = \left(\frac{1}{1 - \varepsilon} \right)^{1/2}$$

$$k = \frac{\beta^4 - 1}{(1 + \beta^4) \ln \beta^2 + (1 - \beta^4)} \quad p = \frac{X_L}{X_T}$$

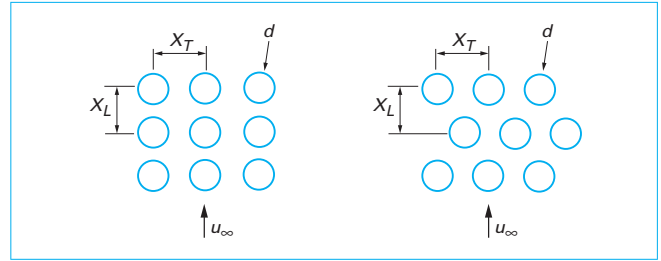


Figure 6 – Faisceau de tubes. Écoulement perpendiculaire

D'après [66] :

$$\begin{cases} Nu_d = \frac{\bar{h}d}{\lambda} = 1,185 Re_d^{1/3} k^{1/3} Pr^{1/3} \left(\frac{\mu_b}{\mu_p} \right)^{0,14} \\ Re_d < 1 \end{cases}$$

D'après [66] :

$$\begin{cases} Nu_d = 0,83 Re_d^{1/3} k^{1/3} Pr^{1/3} \left(\frac{\mu_b}{\mu_p} \right)^{0,14} \\ Re_d < 200 \text{ et } \frac{p}{d} < 2 \end{cases}$$

D'après [67] :

$$Nu_d = 1,526 Re_d^{1/3} Pr^{1/3} (\beta^2 - 1)^{-2/3} \left(\frac{\mu_b}{\mu_p} \right)^{0,14}$$

avec μ_b et μ_p viscosités dynamiques respectivement à la température moyenne du fluide et à la température de la paroi.

2.1.2 Faisceau de tubes. Écoulement laminaire axial

Se reporter à la figure 7.

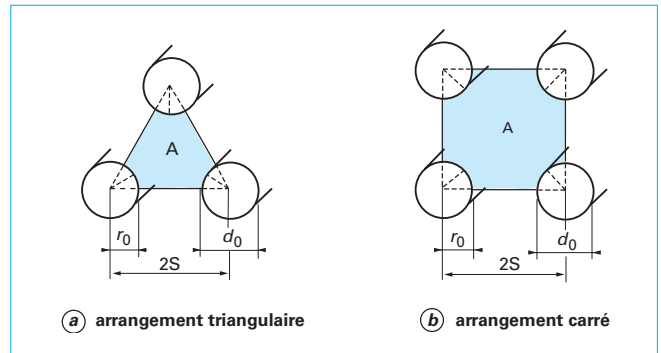


Figure 7 – Faisceau de tubes. Écoulement laminaire axial

Pour un arrangement triangulaire :

$$A = r_0^2 |2\sqrt{3}\sigma^2 - \pi| = r_0^2 B$$

Pour un arrangement carré :

$$A = r_0^2 |4\sigma^2 - \pi| = r_0^2 B$$

$$\sigma = \frac{S}{r_0} \quad \Phi = \sigma - 1$$

$$Gz(z) = \frac{\dot{m}C_p}{\lambda z} \quad Gz(\ell) = \frac{\dot{m}C_p}{\lambda \ell}$$

$$Nu_{d_0}(z) = \frac{h(z)d_0}{\lambda} \quad Nu_{d_0} = \frac{\bar{h}d_0}{\lambda}$$

$$\bar{h} = \frac{\dot{m}C_p |T(\ell) - T(0)|}{\pi d_0 \ell \Delta T_m}$$

$$\Delta T_m = \frac{|T_p - T(\infty)| - |T_p - T(\ell)|}{\ln \frac{T_p - T(0)}{T_p - T(\ell)}}$$

avec $\dot{m} = \rho V_q A$,
 V_q vitesse débitante axiale,
 ℓ longueur des tubes.

2.1.2.1 Tubes isothermes [46]

■ Arrangement triangulaire

$$1,0 < \sigma < 1,1$$

$$Nu_{d_0}(z) = 9,26 |1 + 0,002 2 Gz(z)^{1,46}|^{1/4}$$

$$Nu_{d_0} = 9,26 |1 + 0,017 9 Gz(\ell)^{1,46}|^{1/4}$$

$$1,0 < \sigma < 4,0$$

$$Nu_{d_0}(z) = (f^2 + g^2 Gz(z)^{2/3})^{1/2}$$

$$Nu_{d_0} = \left(f^2 + \left(\frac{3g}{2} \right)^2 Gz(\ell)^{2/3} \right)^{1/2}$$

$$\text{avec } f = \frac{8,92(1 + 2,82\Phi)}{1 + 6,86\Phi^{5/3}}$$

$$g = \frac{2,34(1 + 24\Phi)}{(1 + 36,5\Phi^{5/4})B^{1/3}}$$

■ Arrangement carré

$$1,0 < \sigma < 1,2$$

$$Nu_{d_0}(z) = 4,08 |1 + 0,005 8 Gz(z)^{1,46}|^{1/4}$$

$$Nu_{d_0} = 4,08 |1 + 0,034 9 Gz(\ell)^{1,46}|^{1/4}$$

$$1,2 < \sigma < 4,0$$

$$Nu_{d_0}(z) = (f^2 + g^2 Gz(z)^{2/3})^{1/2}$$

$$Nu_{d_0} = \left(f^2 + \left(\frac{3g}{2} \right)^2 Gz(\ell)^{2/3} \right)^{1/2}$$

$$\text{avec } f = \frac{4,00(1 + 0,509\Phi)}{1 + 0,765\Phi^{5/3}}$$

$$g = \frac{1,69(1 + 9,1\Phi)}{(1 + 1,08\Phi^{5/4})B^{1/3}}$$

2.1.2.2 Densité de flux constante [47]

■ Pour $1,01 \leq \sigma \leq 1,1$ (arrangement triangulaire) et $1,01 \leq \sigma \leq 1,2$ (arrangement carré)

• Si $Gz(z) \geq \left(\frac{f}{g}\right)^3$

– arrangement triangulaire :

$$Nu_{d_0}(z) = \frac{g Gz(z)^{1/3} - f}{1 + 451 Gz(z)^{- (15,4\Phi + 0,463)}} + f$$

– arrangement carré :

$$= \frac{g Gz(z)^{1/3} - f}{1 + 94 Gz(z)^{- (7,66\Phi + 0,281)}} + f$$

• Si $Gz(z) < \left(\frac{f}{g}\right)^3$, pour un arrangement triangulaire comme un

arrangement carré :

$$Nu_{d_0}(z) = f$$

■ Pour $1,1 \leq \sigma \leq 4,0$ (arrangement triangulaire) et $1,2 \leq \sigma \leq 4,0$ (arrangement carré) :

$$Nu_{d_0}(z) = (f^2 + g^2 Gz(z)^{2/3})^{1/2}$$

avec dans le cas d'un arrangement triangulaire :

$$f = \frac{3,1\Phi^{0,1} + 324\Phi^{1,6}}{1 + 69,5\Phi^{2,4}}$$

$$g = \frac{1,536(1 + 8,24\Phi^{0,39})}{B^{1/3}(1 + 6,37\Phi^{0,73})}$$

et dans le cas d'un arrangement carré :

$$f = \frac{3,6\Phi^{0,2} + 32,2\Phi^{1,5}}{1 + 9,1\Phi^{2,2}}$$

$$g = \frac{1,224(1 + 4,40\Phi^{0,39})}{B^{1/3}(1 + 2,66\Phi^{0,73})}$$

2.2 Convection naturelle externe

■ Disque et anneau horizontaux

- **Disque**, d'après Pera et Gebhart [48] :

$$Nu_D = 0,656 Ra_D^{1/5} Pr^{1/20}$$

$$0,1 \leq Pr \leq 100$$

- **Disque**, d'après Al-Arabi et El-Riedy [49] :

$$Nu_D = 0,70 Ra_D^{1/4}$$

$$3,2 \times 10^7 \leq Ra_D \leq 4 \times 10^7$$

$$Nu_D = 0,155 Ra_D^{1/3}$$

$$4 \times 10^7 \leq Ra_D \leq 2,5 \times 10^9$$

- **Disque**, d'après Zakerullak et Ackroyd [50] :

$$Nu_D = 0,577 Ra_D^{1/5}$$

$$Pr = 0,72$$

- **Disque**, d'après Goldstein et Lau [51] :

$$Nu_D = 0,621 Ra_D^{1/5}$$

$$Pr = 0,7$$

- **Disque**, d'après Robinson et Liburdy [52] :

$$Nu_D = 0,602 Ra_R^{1/5}$$

$$Pr = 0,72$$

- **Anneau**, d'après Sahraoui et al. [53] :

$$Nu_\delta = 0,603 Ra_\delta^{1/5} Pr^{0,085}$$

$$0,1 \leq Pr \leq 10, 10 \leq Ra_\delta < 1,25 \times 10^5$$

$$\delta = \frac{R_0 - R_i}{2}$$

avec R_i rayon du cœur adiabatique.

- **Disque avec cœur adiabatique**, d'après Sahraoui et al. [53] :

$$Nu_\delta = 0,561 Ra_\delta^{1/5} Pr^{0,085}$$

$$0,1 \leq Pr \leq 10 \quad \delta = \frac{R_0 - R_i}{2}$$

2.3 Convection naturelle interne

2.3.1 Cellule rectangulaire avec partition

Se reporter à la figure 8.

$$A_p = \frac{H - h}{L}$$

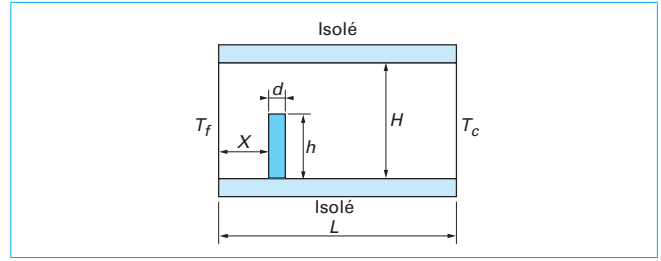


Figure 8 – Cellule rectangulaire avec partition. Schéma général

D'après Acharya *et al.* [54] :

$$Nu_H = 0,091 Ra_H^{0,318} A_p^{0,462}$$

$$\frac{1}{3} \leq A_p \leq 1, Pr = 0,71, H = L$$

$$10^4 \leq Ra_H \leq 3,55 \times 10^5$$

D'après Kirkpatrick *et al.* [55] :

$$Nu_H = 0,081 Ra_H^{0,316} A_p^{0,309}$$

$$\frac{1}{8} \leq A_p \leq \frac{3}{4}, Pr = 0,77$$

$$9 \times 10^3 \leq Ra_H \leq 9 \times 10^8$$

Se reporter à la figure 9.

D'après Chen et Ko [56] :

$$Ra_H^* = \frac{g\beta\phi_p H^4}{av\lambda}$$

$$Nu_H = 0,176 Ra_H^{*0,258} (1 - A_0)^{-0,328}$$

$$10^4 \leq Ra_H^* \leq 10^8, 0 \leq A_0 \left(= \frac{s}{H} \right) \leq 0,5$$

$$\frac{h}{H} = \frac{1}{2}, \frac{L}{H} = 2, Pr = 7 \text{ (eau)}, 0,02 \leq \frac{\lambda_{\text{partition}}}{\lambda_{\text{fluide}}} \leq 50$$

Pour $\frac{h}{H} = 0, 10^4 \leq Ra_H^* \leq 10^8, \frac{L}{H} = 2, Pr = 7 \text{ (eau)}$

$$Nu_H = 0,49 Ra_H^{*0,215}$$

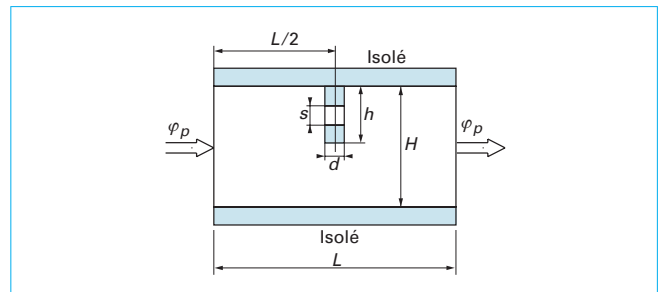


Figure 9 – Cellule rectangulaire avec partition [56]

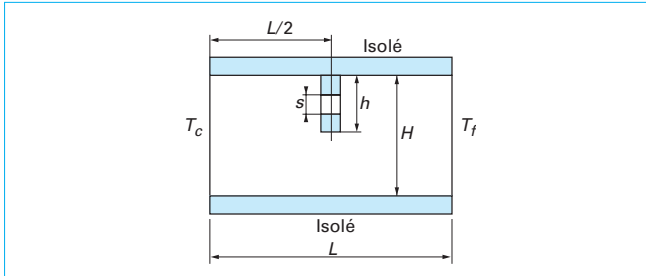


Figure 10 – Cellule rectangulaire avec partition [57]

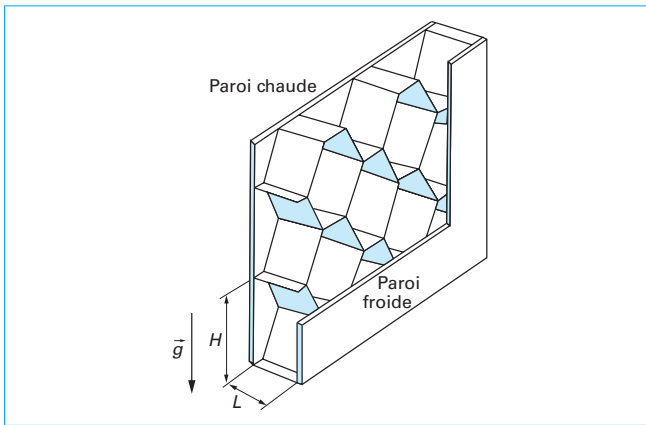


Figure 11 – Rayon de ruche [58]

D'après Chen et al. [57] :

$$Ra_H = \frac{g\beta(T_c - T_f)H^3}{av\lambda}$$

$$Nu_H = 0,123 Ra_H^{0,289} \left(1 - \frac{s}{2h}\right)^{-1,26}$$

$$\frac{L}{H} = 2, \frac{h}{H} = \frac{1}{2}, 0 \leq \frac{s}{h} \leq \frac{1}{4}$$

$$10^6 \leq Ra_H \leq 10^8, Pr = 7 \text{ (eau)}$$

Se reporter à la figure 10.

■ **Rayon de ruche**, d'après Asako et al. [58].

Se reporter à la figure 11.

Pour l'air :

$$Ra_L = \frac{g\beta L^3(T_c - T_f)}{av}$$

$$Nu_L = 1 + \left\{ \left[\frac{Ra_L^2 (H/L)^8}{362\,880} \right]^n + \left[0,0038 Ra_L^{0,6} \left(\frac{H}{L} \right)^{-0,175} \right]^n \right\}^{1/n}$$

$$n = -0,32 \text{ pour } 10^3 < Ra_L < 10^5$$

$$0,25 < \frac{H}{L} < 5$$

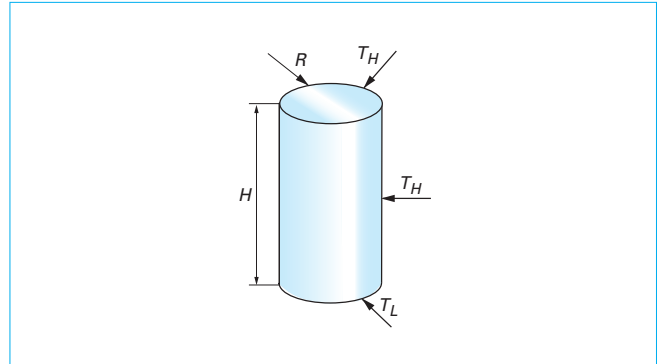


Figure 12 – Cylindre vertical [69]

2.3.2 Cylindre vertical

D'après Hsieh [69].

Se reporter à la figure 12.

$$Ra_R = \frac{g\beta\Delta TR^3}{av}$$

$$\Delta T = T_H - T_L > 0$$

Le nombre de Nusselt moyen sur la paroi latérale est :

$$Nu_R = 0,77 Ra_R^{0,212} Pr^{0,291} \left(\frac{H}{R}\right)^{0,9}$$

avec $0,5 \leq \frac{H}{R} \leq 2$

$$10^4 \leq Ra_R \leq 10^6$$

$$100 \leq Pr \leq 200$$

■ **Fond convexe ou concave**

D'après Lewandowski et al. [60].

Soit A_n la surface du fond et $0 < \frac{d}{D} < 1$, les expériences ont été faites avec $D = 0,047 \text{ m}$

$$Ra_H = \frac{g\beta\Delta TH^3}{av}$$

avec $\Delta T = T_w - T_f$

T_w température du fond,

T_f température du fluide.

$$Nu_H = C Ra_H^m$$

$$10^5 \leq Ra_H \leq 10^7$$

$$0,5 \leq \frac{H}{D} \leq 2$$

Les valeurs des coefficients C et m sont données dans le tableau ci-après.

Valeurs des coefficients C et m dans les différents cas présentés sur la figure 13

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
C	$5,27 \times 10^{-3}$	$6,94 \times 10^{-3}$	$9,29 \times 10^{-3}$	$1,84 \times 10^{-3}$	$1,48 \times 10^{-3}$	$1,45 \times 10^{-3}$	$2,67 \times 10^{-3}$	$4,43 \times 10^{-3}$	$3,74 \times 10^{-3}$
m	0,384	0,382	0,367	0,453	0,467	0,442	0,426	0,408	0,416

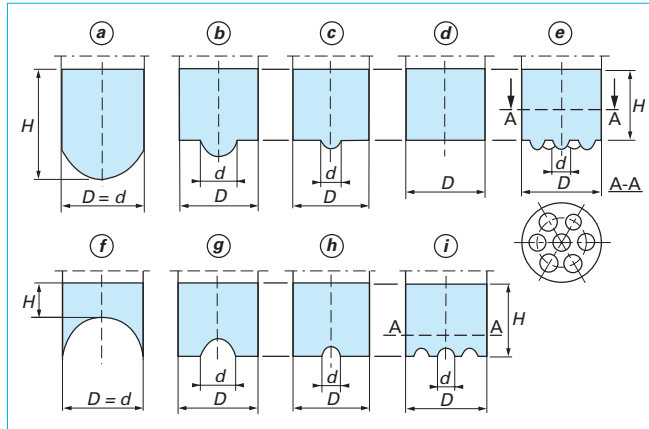


Figure 13 – Cylindre vertical. Fond convexe ou concave [60]

Se reporter à la figure 13.

• Fond convexe

a) hémisphérique :

$$A_n = 3,47 \times 10^{-3} \text{ m}^2, \frac{d}{D} = 1$$

$$b) A_n = 2,17 \times 10^{-3} \text{ m}^2, \frac{d}{D} = 0,5$$

$$c) A_n = 1,84 \times 10^{-3} \text{ m}^2, \frac{d}{D} = 0,25$$

• Fond plat

$$d) A_n = 1,73 \times 10^{-3} \text{ m}^2, \frac{d}{D} = 0$$

• Fond multiconvexe

$$e) A_n = 2,49 \times 10^{-3} \text{ m}^2, 7 \frac{d}{D} = 0,25$$

• Fond concave

f) hémisphérique :

$$A_n = 3,47 \times 10^{-3} \text{ m}^2, \frac{d}{D} = 1$$

$$g) A_n = 2,17 \times 10^{-3} \text{ m}^2, \frac{d}{D} = 0,5$$

$$h) A_n = 1,84 \times 10^{-3} \text{ m}^2, \frac{d}{D} = 0,25$$

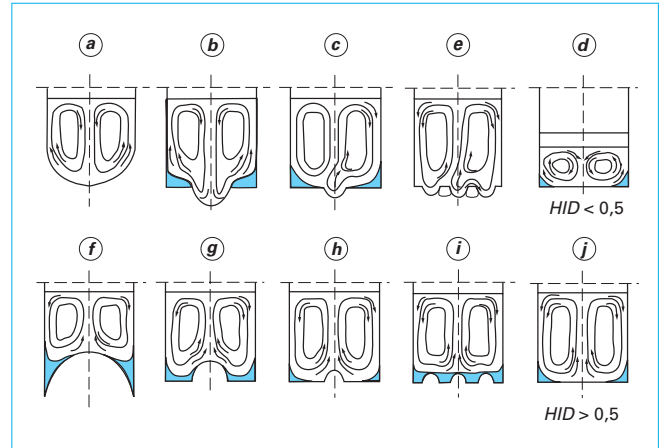


Figure 14 – Cylindre vertical. Influence de la forme du fond sur l'écoulement [60]

• Fond multiconcave

$$i) A_n = 2,49 \times 10^{-3} \text{ m}^2, 7 \frac{d}{D} = 0,25$$

L'influence de la forme du fond sur l'écoulement est illustrée par la figure 14.

2.4 Convection forcée interne : dérivations en T

Dans les écoulements internes, un certain nombre de dispositions géométriques sont appelées « singularités » en mécanique des fluides. Il s'agit essentiellement des changements de section ou de direction, qui incluent en particulier les embranchements (dérivations ou confluent).

Avec toutes ces géométries, lorsque les écoulements sont anisothermes, les variations locales du coefficient d'échange le long des parois sont complexes et encore mal connues. Mais d'une façon générale, on constate que en moyenne, sur l'ensemble des parois, les singularités géométriques entraînent un accroissement du coefficient d'échange (souvent payé en terme d'énergie par un surcroît de perte de charge).

Les études dans ce domaine restent fragmentaires, et la multiplicité des paramètres les rend difficiles à résumer.

Concernant les transferts convectifs laminaires dans les dérivations en T, la référence [71] apporte quelques éléments sur la structure des écoulements et l'ordre de grandeur des coefficients d'échange.